

PROBLEMAS DE ESTADO DE EQUILÍBRIO LIMITE NOS SOLOS:

SEU ESTUDO E SUA PROGRAMAÇÃO.

MARCIO MIRANDA SOARES

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU "MESTRE EM CIÊNCIA" (M.Sc.).

APROVADA POR:

Diocleciano de F. S. S. S.
Presidente

Luiz B. S. S.

Luiz de C. S.

RIO DE JANEIRO
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL
NOVEMBRO DE 1971

PROBLEMAS DO ESTADO DE EQUILÍBRIO
LIMITE NOS SOLOS: SEU ESTUDO E SUA
PROGRAMAÇÃO

Márcio Miranda Soares

Agosto 1972

Nº 1.72

A meus pais

A minha noiva

AGRADECIMENTOS

Ao Professor DIRCEU DE ALENCAR VELLOSO, profissional brilhante, pela contribuição valiosa na orientação dêste trabalho.

Ao Professor JACQUES DE MEDINA, digno responsável pela área de Mecânica dos Solos na COPPE, pelo seu estímulo e dedicação.

Ao Diretor, Professor ALBERTO LUIZ COIMBRA e ao Coordenador do Programa de Engenharia Civil Professor FERNANDO LUIZ LÔBO B. CARNEIRO e a todos os Professôres da COPPE, os meus sinceros reconhecimentos, pela responsabilidade com a qual incentivam os estudos de Pós-Graduação.

À CAPES, pelo apôio financeiro prestado.

A todos os colegas e funcionários da COPPE que, direta ou indiretamente, contribuíram para o êxito dêste trabalho.

S U M Á R I O

O trabalho apresenta inicialmente uma discussão da aplicabilidade, aos solos, da Teoria da Plasticidade baseada no critério de ruptura de Mohr-Coulomb.

Examina em seguida, o problema do equilíbrio limite dos meios granulares, à luz da teoria de Sokolovskii, tratando, em especial, da determinação da capacidade de carga.

Apresenta um programa automático, em linguagem FORTRAN para cálculo da distribuição de pressões no maciço em estado de equilíbrio limite. Esse programa é aplicado à determinação da capacidade de carga e ao estudo da estabilidade de taludes.

ABSTRACT

A discussion on the applicability to soils of the theory of plasticity based on the Mohr-Coulomb failure criterium.

Follows the study of the limit equilibrium for granular media, according to Sokolovskii's theory, specially the bearing capacity problem.

Finally a computer program in FORTRAN LANGUAGE to calculate the stress distribution at limit equilibrium of the soil mass. This program is applied to bearing capacity and to slope stability studies.

Í N D I C E

Capítulos		Páginas
I	<u>DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NOS SOLOS</u>	
	1.1 - INTRODUÇÃO	1
	1.2 - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES DE ACÔRDO COM A TEORIA DA ELASTICIDADE	2
	1.3 - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NO ESTADO DE EQUILÍBRIO LIMITE	3
	1.3.1 - Generalidades	3
	1.3.2 - Critérios de Ruptura	4
	1.3.3 - Critério de Mohr-Coulomb	12
II	<u>EQUILÍBRIO LIMITE DOS MEIOS GRANULARES</u>	
	2.1 - CONDIÇÕES LIMITES	28
	2.1.1 - Generalidades	28
	2.1.2 - Condições de Equilíbrio Limi te	30
	2.2 - EQUILÍBRIO LIMITE A DUAS DIMENSÕES ..	35
	2.2.1 - Generalidades	35
	2.2.2 - Equações do Equilíbrio a Duas Dimensões	39
	2.3 - TEORIA DE SOKOLOVSKII	41
	2.3.1 - Generalidades	41
	2.3.2 - Equações Básicas e Desenvolvi mento	44

Capítulos		Páginas
	2.3.3 - Determinação das Variáveis na Fronteira	56
	2.3.4 - Determinação das Variáveis no Maciço	62
	2.3.5 - Problema de Capacidade de Car ga	68
	2.3.6 - Outros Problemas	81
III	<u>PROGRAMA AUTOMÁTICO EM LINGUAGEM FORTRAN,</u> <u>PARA CALCULAR A DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES</u> <u>COM BASE NA TEORIA DE SOKOLOVSKII</u>	
	3.1 - DESCRIÇÃO GERAL	90
	3.2 - LISTA DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS QUE SÃO UTILIZADAS	91
	3.3 - ENTRADA DOS DADOS	93
	3.4 - CÁLCULO DAS VARIÁVEIS NAS FRONTEIRAS $A_1 O_1$ e $O_1 O_2$	95
	3.5 - CÁLCULO DAS VARIÁVEIS NO INTERIOR DO MACIÇO	97
	3.6 - CÁLCULO DAS VARIÁVEIS NA FRONTEIRA EX TERNA	98
	3.7 - SAÍDA DOS RESULTADOS	98
	3.8 - LISTAGEM DO PROGRAMA	100

Capítulos	Páginas
IV	<u>EXEMPLOS DOS DIVERSOS PROBLEMAS PRÁTICOS</u>
	<u>E CONSIDERAÇÕES SÔBRE OS RESULTADOS</u>
4.1	- CAPACIDADE DE CARGA 109
4.1.1	- Generalidades 109
4.1.2	- Exemplos 113
4.1.3	- Comparação Entre Valores Obti dos e Valores Experimentais . 119
4.2	- ESTABILIDADE DE TALUDES 124
V	<u>CONCLUSÕES GERAIS E LIMITAÇÕES</u> 126
	<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</u> 128

CAPÍTULO 1

DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NOS SOLOS

1.1 - INTRODUÇÃO

Nêste capítulo introduziremos as bases físicas e matemáticas do nosso trabalho, apresentando as pesquisas já feitas sôbre o assunto e que permitem justificar a aplicação aos solos da teoria desenvolvida, desde que os parâmetros intervenientes sejam criteriosamente escolhidos.

Antes de mais nada é preciso ressaltar que os solos não são contínuos, mas sim agregados de partículas sólidas separadas por vazios cheios de água e ar. Seu comportamento macroscópico - aquêle que nos interessa - depende da natureza dos contatos entre as partículas, e das deformações e movimentos que dêles decorrem. Por outro lado, na maioria dos casos, os solos são materiais heterogêneos, com as propriedades características variando de ponto para ponto ou segundo a direção que se considera (anisotropia).

Constitue um importante capítulo da Mecânica dos Solos o estudo da distribuição de tensões e deformações nos

maciços terrosos submetidos às mais diversas condições de carregamento. Para êsse estudo impõe-se a criação de um modelo ao qual se possa dar um tratamento matemático que conduza a resultados, de aplicação relativamente simples aos casos da prática e que traduza a realidade dentro da aproximação desejável. Nessa linha de pensamento, tem-se atribuído aos solos dois modelos distintos, cada um aplicável a determinada classe de problemas: o modelo elástico e o modelo plástico. O trabalho que estamos apresentando está relacionado fundamentalmente a êsse segundo modelo. Faremos, no entanto, uma breve apreciação sobre a aplicação dos resultados da Teoria da Elasticidade aos solos.

1.2 - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES DE ACÓRDO COM A TEORIA DA ELASTICIDADE.

Pretendemos, apenas, neste ítem, apresentar alguns comentários à aplicação da Teoria da Elasticidade aos problemas de tensões e deformações nos solos.

Sabe-se, por exemplo, que a distribuição de tensões e deformações verticais calculada pela referida Teoria fornece resultados satisfatórios quanto às necessidades da prática, o mesmo não acontecendo com a distribuição das ten

sões horizontais. (KO e SCOTT)²³.

Por outro lado, na teoria elástica convencional, é admitido que apenas as tensões normais contribuem para a de formação volumétrica de um elemento, não tendo qualquer efeito sobre essa deformação as tensões cisalhantes octaédricas. Entretanto, mostra a experiência que um dos fatores mais significativos do comportamento dos solos é sua variação de volume no processo de cisalhamento: dilatação. A dilatação de um solo afeta não só a tensão necessária à ruptura no estado seco, como também tem uma influência extremamente importante no estado de tensões desenvolvido no solo quando saturado (SCOTT, 1963)²⁴.

1.3 - DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NO ESTADO DE EQUILÍBRIO LIMITE.

1.3.1 - Generalidades.

A determinação da distribuição de tensões em um contínuo é um problema hiperestático. Com efeito, as equações de equilíbrio da estática aplicadas a um elemento de volume fornece um número de equações sempre menor que o número de incógnitas. Assim, por exemplo, nos problemas de

elasticidade plana, temos duas equações:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \chi \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = \gamma \quad (1.2)$$

e três incógnitas

Na Teoria da Elasticidade, a indeterminação é levada pela introdução da lei de Hooke, enquanto que na Teoria da Plasticidade, impondo-se que as componentes das tensões satisfaçam a uma dada condição de escoamento ou ruptura.

1.3.2 - Critérios de Ruptura

1º - Teoria da Máxima Tensão.

A mais antiga teoria de ruptura, conhecida como Teoria de Rankine postula que a tensão principal máxima no material determina a ruptura sem considerar as grandezas e

sentidos das outras duas tensões principais. O escoamento começa quando o valor absoluto da tensão máxima atinge a tensão de escoamento do material na tração ou compressão, simples (σ_{esc}). A representação desta teoria, no espaço das tensões principais é um cubo como mostra a Figura 1.3.1.

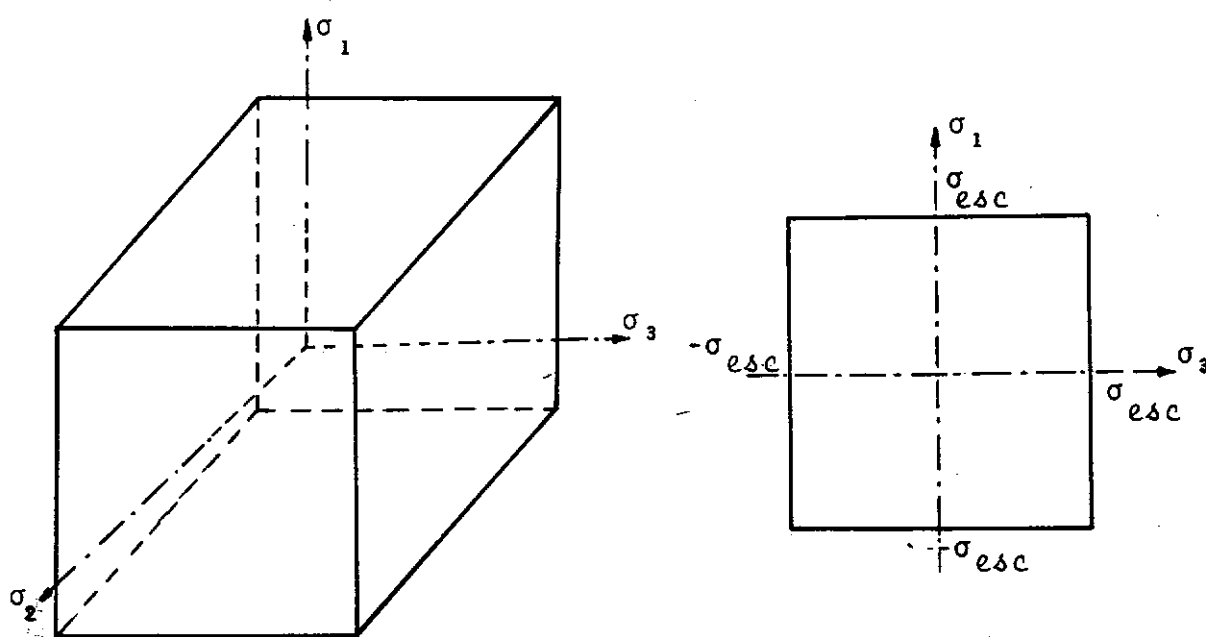


FIGURA 1.3.1.

Essa teoria não explica o fato de os corpos, em geral, suportarem estados hidrostáticos de tensões extremamente elevadas, sem entrarem em ruptura ou escoamento.

Para os solos esta teoria não se aplica, pois que, um solo homogêneo quando submetido a um ensaio de compressão simples, apresenta ruptura em planos inclinados nos

quais nem a tensão de compressão e nem a tensão de tração é um máximo. Esta teoria tem algum mérito quando se considera a resistência de materiais anisotrópicos ou para explicar a clivagem dos cristais, mas, exceto para casos como estes, não encontra mais aplicação.

2º - Teoria da Deformação Máxima.

A teoria da deformação máxima, atribuída a Saint-Venant, supõe que um material começa a escoar quando qualquer deformação fôr igual à deformação no escoamento na tração ou compressão simples. No espaço das tensões principais, a superfície de escoamento, correspondente a esta teoria, consiste de duas pirâmides triangulares retas, com bases coincidentes e tendo triângulos equiláteros como seções normais ao eixo hidrostático. A Figura 1.3.2 é a representação desta teoria em um plano de duas tensões principais.

Esta teoria não tem muita aplicação na prática e por ela também existem estados hidrostáticos de tensão que provocam escoamento.

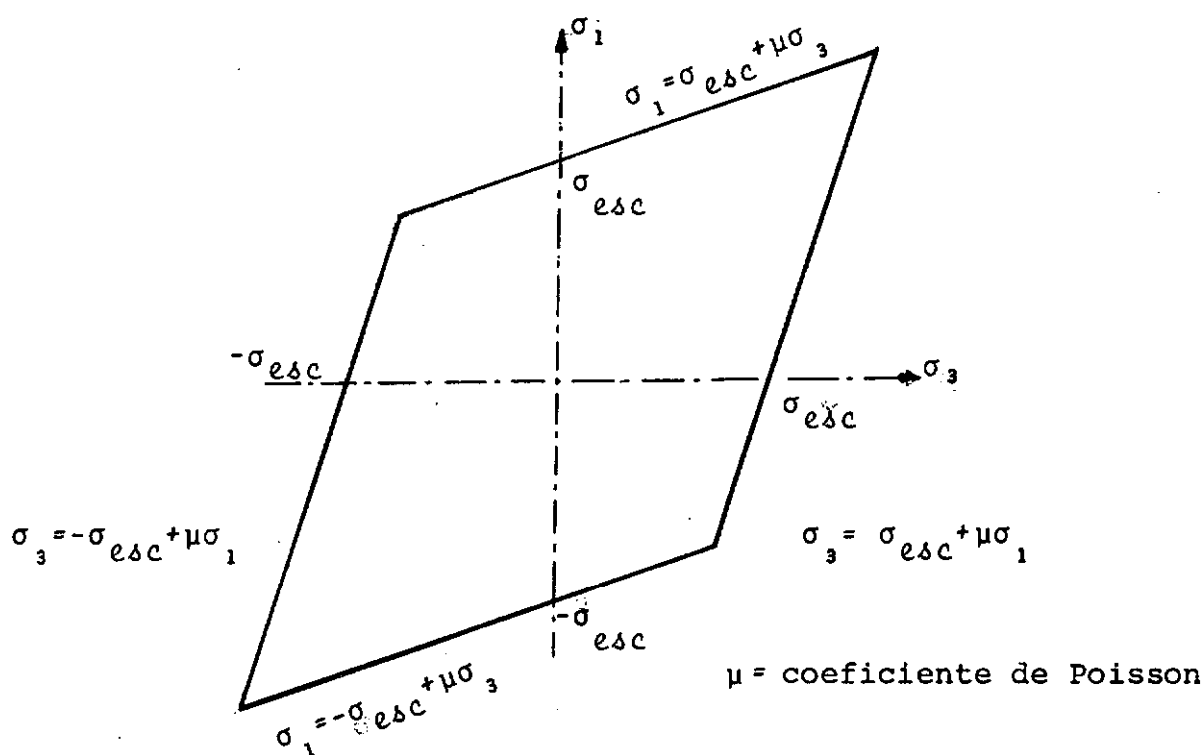
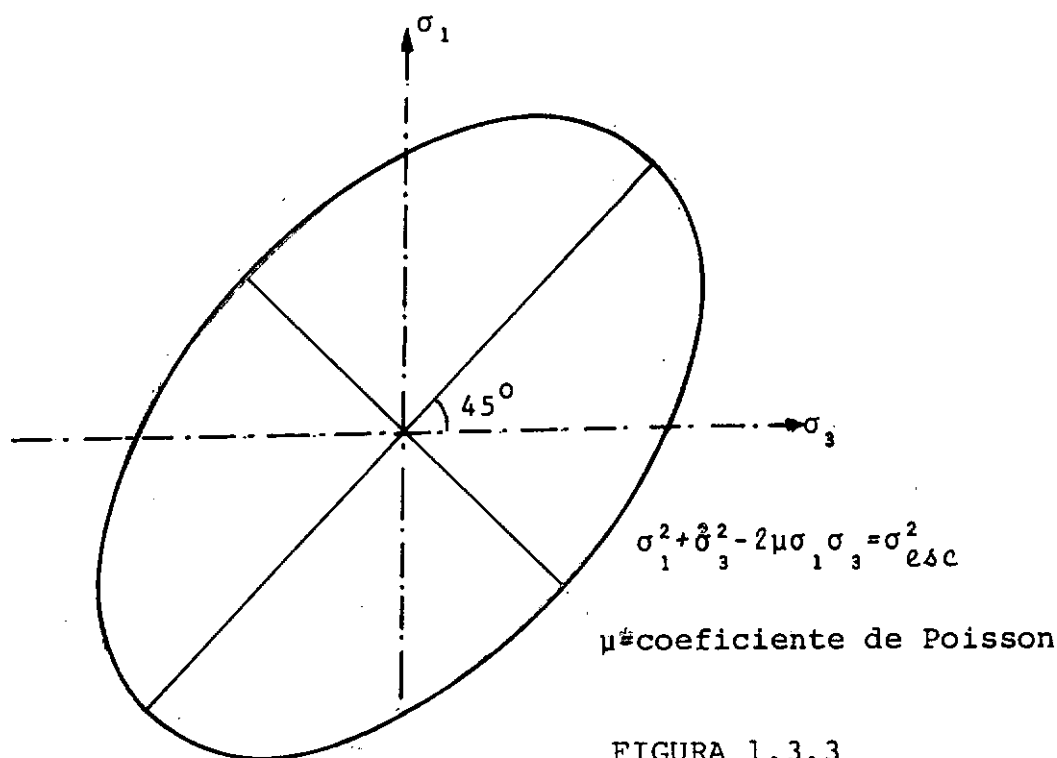


FIGURA 1.3.2

39 - Teoria da Energia de Deformação Máxima.

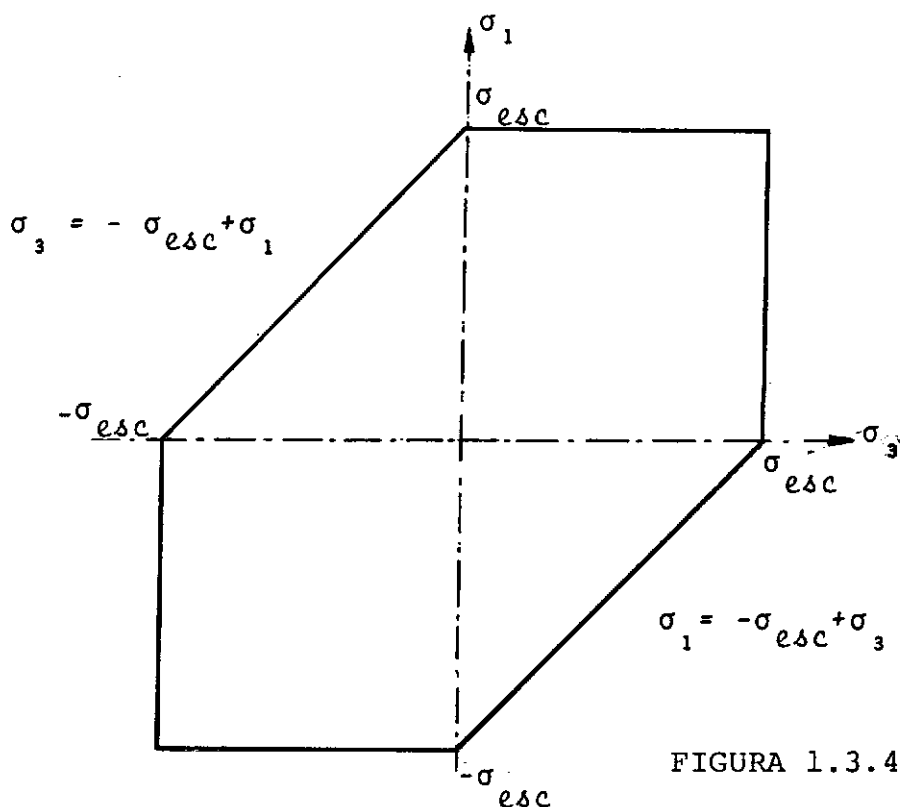
Por esta teoria ocorrerá escoamento quando a energia total de deformação por unidade de volume for igual à energia total de deformação por unidade de volume no escoamento na tração ou compressão simples.

A representação deste critério para o estado plano é uma elipse no plano das tensões principais, como mostra a Figura 1.3.3. Pode ser notado que pode ocorrer escoamento para um estado hidrostático de tensões elevadas. Esta teoria é atribuída a Beltrami.



40 - Teoria da Tensão Cisalhante Máxima.

A teoria da tensão cisalhante máxima nos diz que o escoamento começa quando a tensão cisalhante máxima no material atinge a tensão cisalhante máxima, no ponto de escoamento, na compressão ou na tração, simples. Esta teoria foi desenvolvida por Tresca no período de 1865 a 1870, d'on de ser conhecida por Teoria ou Critério de Tresca. A representação dêste critério no espaço das tensões principais é um prisma hexagonal regular cujo eixo coincide com o eixo hidrostático das tensões e as secções perpendiculares ao eixo hidrostático são hexágonos regulares. A Figura 1.3.4 mostra a secção do prisma em um plano de tensões principais.



A condição de ruptura, na sua forma mais geral, pode ser expressa pelas seis equações:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \sigma_{esc}, \quad \sigma_1 - \sigma_2 = \pm \sigma_{esc}, \quad \sigma_2 - \sigma_3 = \pm \sigma_{esc}$$

(1.3)

nas quais σ_{esc} é o valor absoluto da tensão de escoamento na tração ou compressão simples e σ_1 , σ_2 e σ_3 são as três tensões principais. Pode-se verificar que os planos onde ocorre o início do escoamento são inclinados de 45° com relação às direções das tensões principais, isto é, coincidentes com a direção da tensão cisalhante máxima.

59 - Teoria da Energia de Distorção Máxima.

Esta teoria é também conhecida como a teoria da ten
são octaédrica máxima e é atribuída a Huber, Hencky e Von
Mises.

O início do escoamento se dá quando a energia de
distorção atinge a energia de distorção no início do escoa
mento na tração ou compressão simples.

As tensões de escoamento na tração e compressão sim
ples são supostas iguais, como acontece, também, no critério
de Tresca.

O critério de Von Mises, então, estabelece que o es
coamento se dará quando a equação:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 = 2 \cdot \sigma_{esc}^2 \quad (1.4)$$

fôr satisfeita. As variáveis usadas são as mesmas defini
das anteriormente. A superfície de escoamento definida pe
la equação (4) é um cilindro circular reto cujo eixo coinci
de com o eixo hidrostático ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$). Mostramos na Fi

gura 1.3.5, a representação em um plano de tensões principais ($\sigma_2 = 0$), que é uma elipse.

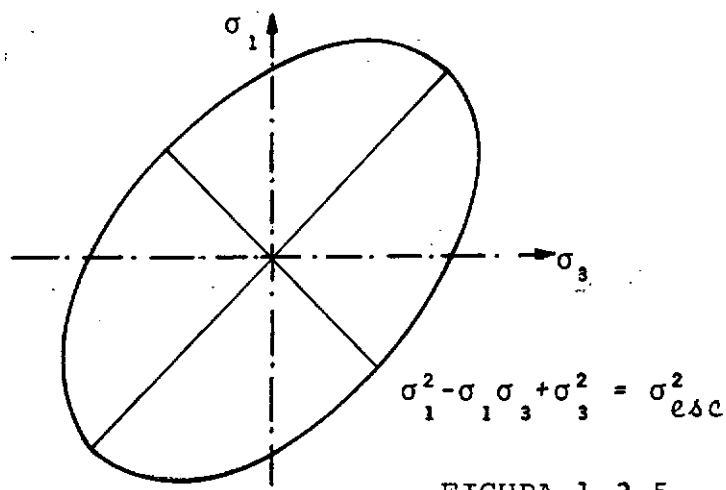


FIGURA 1.3.5

Na Figura 1.3.6 mostramos a representação dos critérios anteriores em um plano de tensões principais ($\sigma_2 = 0$).

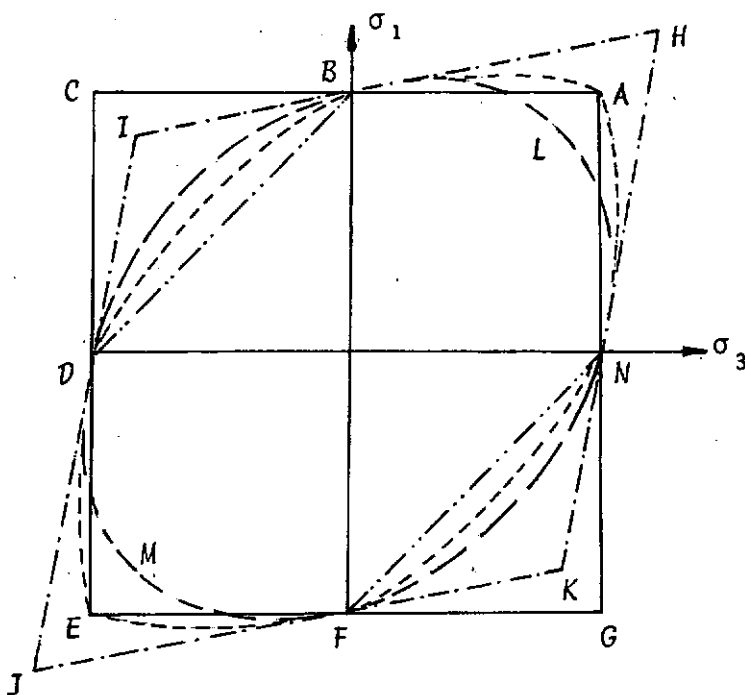


FIGURA 1.3.6

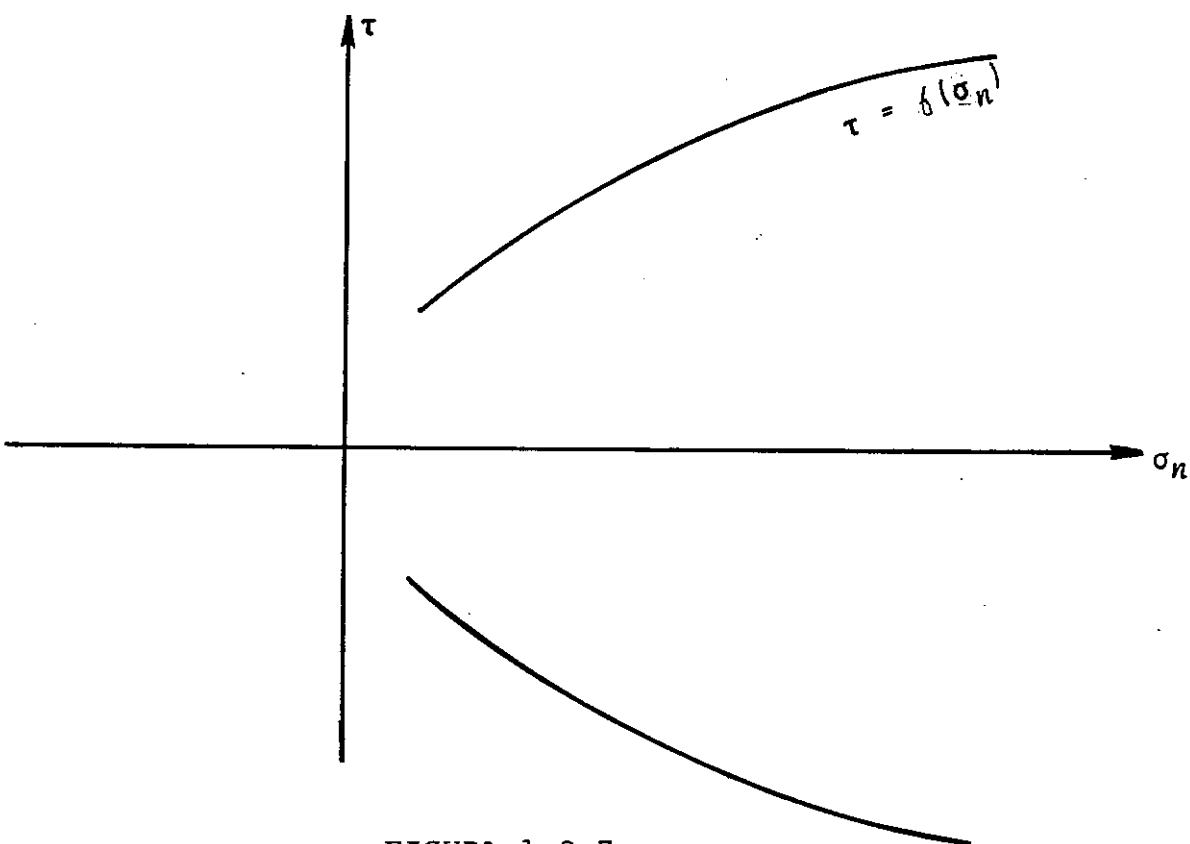


FIGURA 1.3.7

Desde que uma mudança no sinal de τ , simplesmente inverte o sentido da ruptura, a curva é necessariamente simétrica com relação ao eixo σ_n . A curva assim obtida, denominada envoltória de ruptura de Mohr, representa o lugar geométrico de todos os pontos que correspondem a estados de ruptura. Essa envoltória reflete uma propriedade do material que é independente das tensões impostas e por isto é própria para ser usada no estudo da resistência ao cisalhamento de solos.

As envoltórias de ruptura de Mohr são, em geral, curvas contínuas, para solos, a curvatura não é usualmente grande e não se erra muito em considerá-la uma reta num intervalo limitado de pressões. A equação da reta no plano

$\sigma_n - \tau$ que se aproxima da envoltória de Mohr é a equação de Coulomb

$$\tau = C + \sigma_n \cdot \tan \phi \quad (1.6)$$

Os parâmetros C e ϕ , na equação (1.6), representam a coesão e o ângulo de atrito interno do solo. Estes parâmetros de resistência ao cisalhamento têm sido o objeto de muitas pesquisas e está, agora, bem claro, que eles não são constantes do material, mas variam com o índice de vazios, umidade, tipo de ensaio e o método de investigação dos resultados. As razões fundamentais para sua variação estão relacionadas com a estrutura e textura do solo, história das tensões, contato entre as partículas e forças de superfície.

A hipótese de Mohr estabelece que a ruptura depende das tensões nos planos de deslizamento e ocorrerá quando a obliquidade da tensão resultante atinge um valor máximo.

A representação de Mohr das tensões atuando em um ponto é mostrada na Figura 1.3.8 juntamente com a envoltória de Coulomb. Nós denominamos de critério de Mohr-Coulomb o uso da equação de Coulomb para representar a envoltória de Mohr.

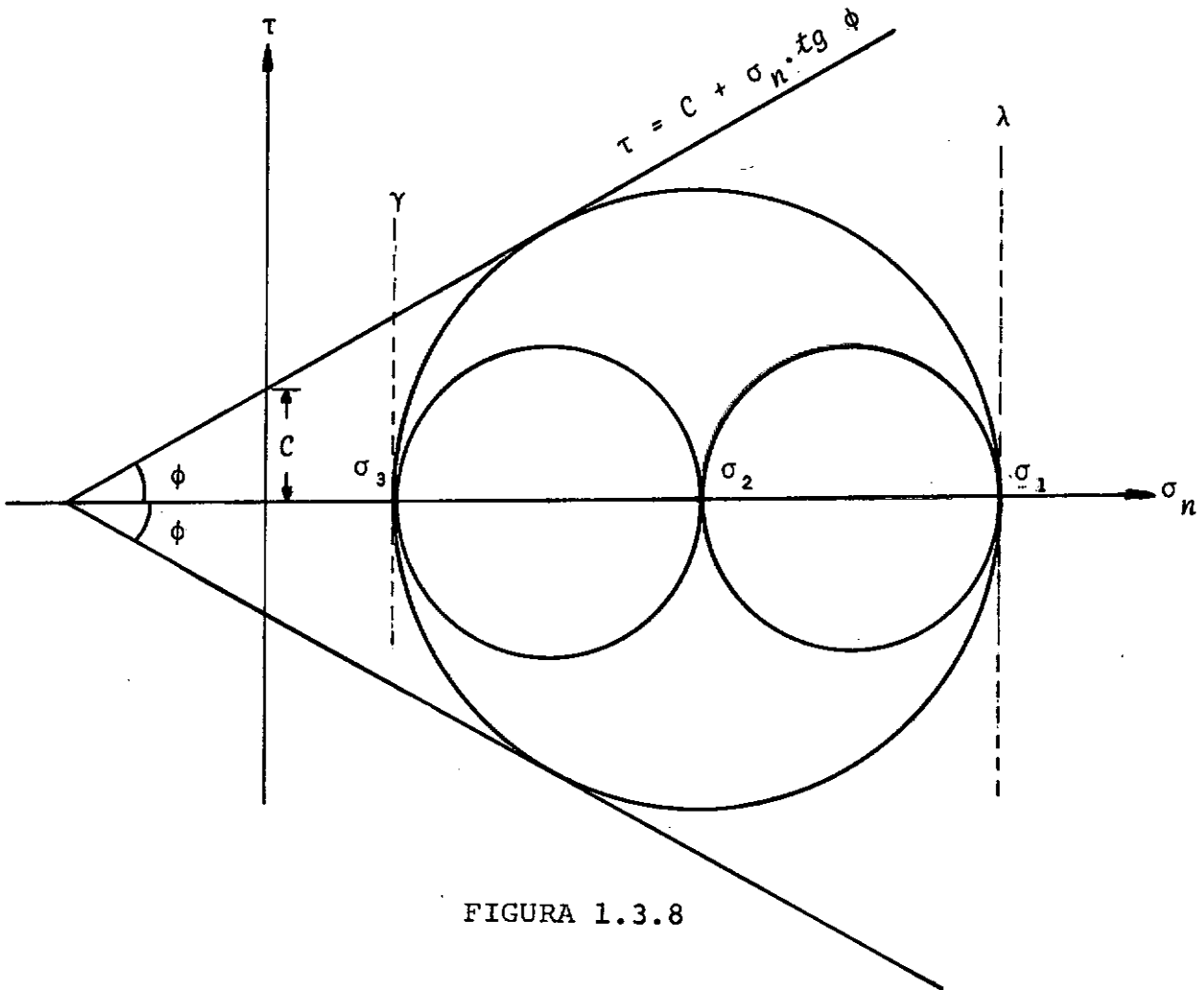


FIGURA 1.3.8

Em termos das tensões principais $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, o critério de Mohr-Coulomb é escrito:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2.C.\cos\phi + (\sigma_1 + \sigma_3).\operatorname{sen}\phi \quad (1.7)$$

Notamos que a tensão principal intermediária (σ_2), pode ter qualquer valor não influenciando na condição de escoamento expressa acima.

A teoria de Mohr-Coulomb expressa na sua forma mais geral, isto é, para uma variação independente das tensões principais, toma a forma da equação:

$$\left\{ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 - \left[2.C.\cos\phi + (\sigma_1 + \sigma_2).\text{sen}\phi \right]^2 \right\} \cdot$$

$$\cdot \left\{ (\sigma_1 - \sigma_3)^2 - \left[2.C.\cos\phi + (\sigma_1 + \sigma_3).\text{sen}\phi \right]^2 \right\} \cdot$$

$$\cdot \left\{ (\sigma_2 - \sigma_3)^2 - \left[2.C.\cos\phi + (\sigma_2 + \sigma_3).\text{sen}\phi \right]^2 \right\} = 0.$$

(1.8)

A superfície de ruptura definida pela equação (1.8), no espaço das tensões principais, é uma pirâmide hexagonal reta tendo como eixo o eixo hidrostático. As secções normais ao eixo hidrostático são hexágonos irregulares com la dos iguais (Figura 1.3.9). Para referência o círculo e o hexágono regular descritos pelo critério de Mises e Tresca são também representados. Os três critérios são coinciden tes para ensaios de compressão (Ponto A), mas a resistência no ensaio de extensão ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$, Ponto B) é menor para o cri tério de Mohr-Coulomb.

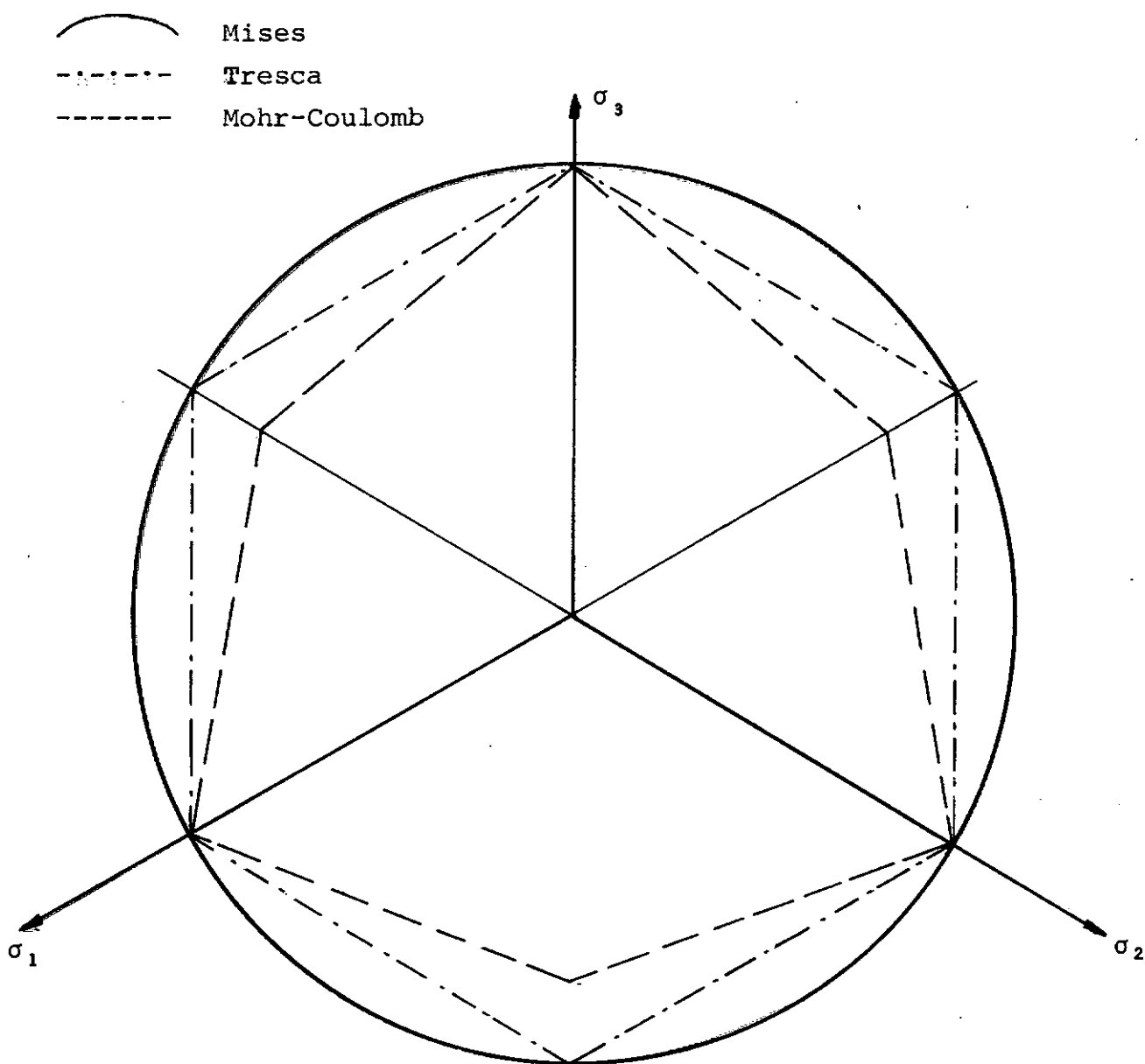


FIGURA 1.3.9

A Figura 1.3.10 mostra a secção da pirâmide hexagonal, com vértice no ponto $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -C \cdot \cot_g \phi$, pelo plano $\sigma_2 = 0$.

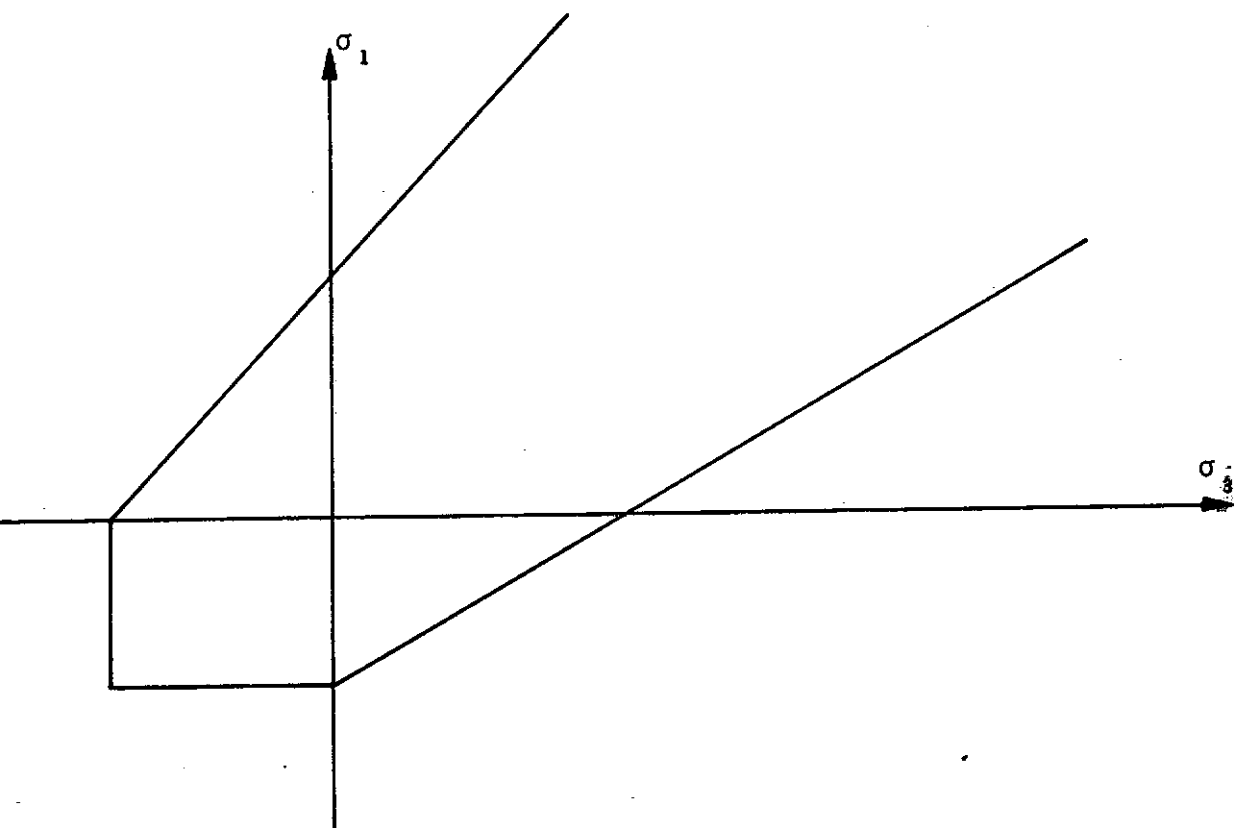


FIGURA 1.3.10

B - Aplicabilidade.

1º - EM SOLOS NÃO COESIVOS.

Um grande número de pesquisadores, procurou verificar a validade da aplicação dos vários critérios através de ensaios sofisticados. As seguintes observações experimentais são, agora, firmemente estabelecidas como comportamento típico (BARDEN¹ e KHAYATT, 1966):

- 1) As resistências à compressão e à extensão triaxial são iguais para igual porosidade na ruptura.

- 2) A resistência na deformação plana é maior do que a resistência triaxial para areias compactas, e são bastante próximas para areias fôfas.
- 3) A envoltória da resistência ao cisalhamento é curva, dando valores do ângulo de atrito que decrescem com o aumento da tensão principal média.

Para os solos não coesivos está estabelecido que a superfície de ruptura no espaço das tensões principais, depende linearmente da tensão principal média em intervalos normais de pressão. (BISHOP², 1966). Para pressões muito baixas e muito altas, a superfície de ruptura torna-se concava em relação ao eixo hidrostático (de BEER⁸, 1965; BISHOP², 1966; VESIC³³ e CLOUGH, 1968). Assim sendo, o ângulo de atrito efetivo, em pressões baixas é consideravelmente maior que os valores usados pela teoria de Mohr-Coulomb. O ângulo de atrito de uma areia a altas pressões é menor que o obtido em pressões normais; isto é atribuído ao esmagamento dos grãos, o que elimina o efeito do índice de vazios inicial do material, de acordo com Vesic e Clough.

Com os modernos equipamentos que permitem uma variação independente das três tensões principais, foram realizados ensaios com solos não coesivos a fim de verificar a vali

dade do critério de Mohr-Coulomb. Os resultados de todos os ensaios não estão de pleno acôrdo, mas, na maioria dêles, os resultados estão bem próximos daqueles previstos pelo critério de Moh-Coulomb. Para exemplificar daremos alguns resultados e conclusões.

Os valores observados por CORNFORTH⁶ (1961), com amostras de "Brasted Sand", em diversas porosidades e os valores previstos por alguns dos critérios estão representados na Figura 1.3.11 para areias fôfas e na Figura 1.3.12 para as areias compactas. Verifica-se que os resultados estão em pleno acôrdo com os previstos pelo critério de Mohr-Coulomb e sômente no ensaio de deformação plana e para areias compactas o valor observado se aproxima mais do critério de Tresca.

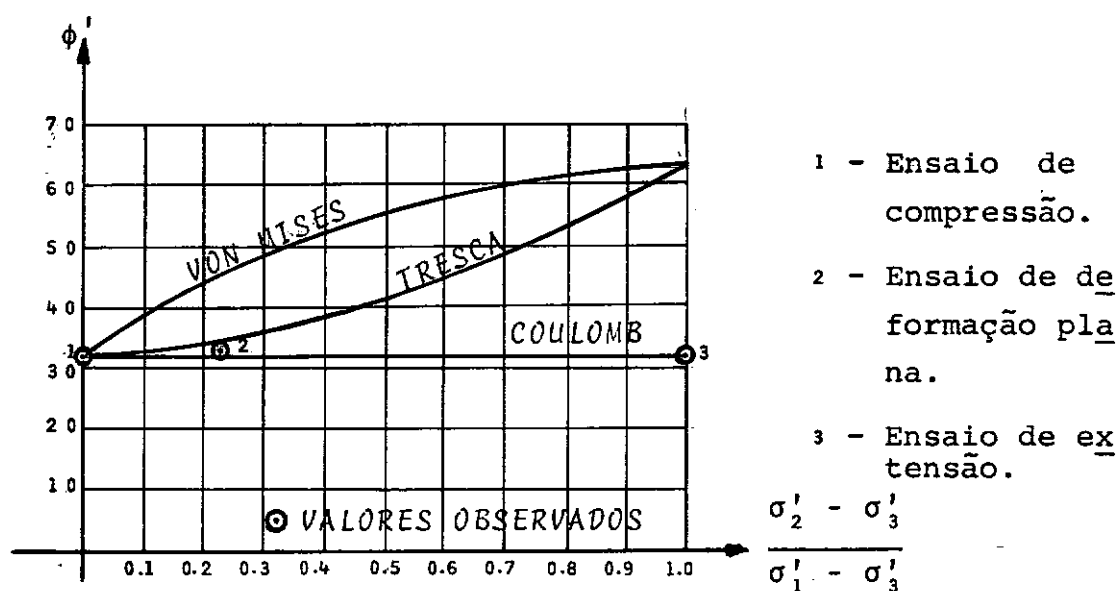


FIGURA 1.3.11 - Valores previstos e observados em três ensaios - Areia fôfa.

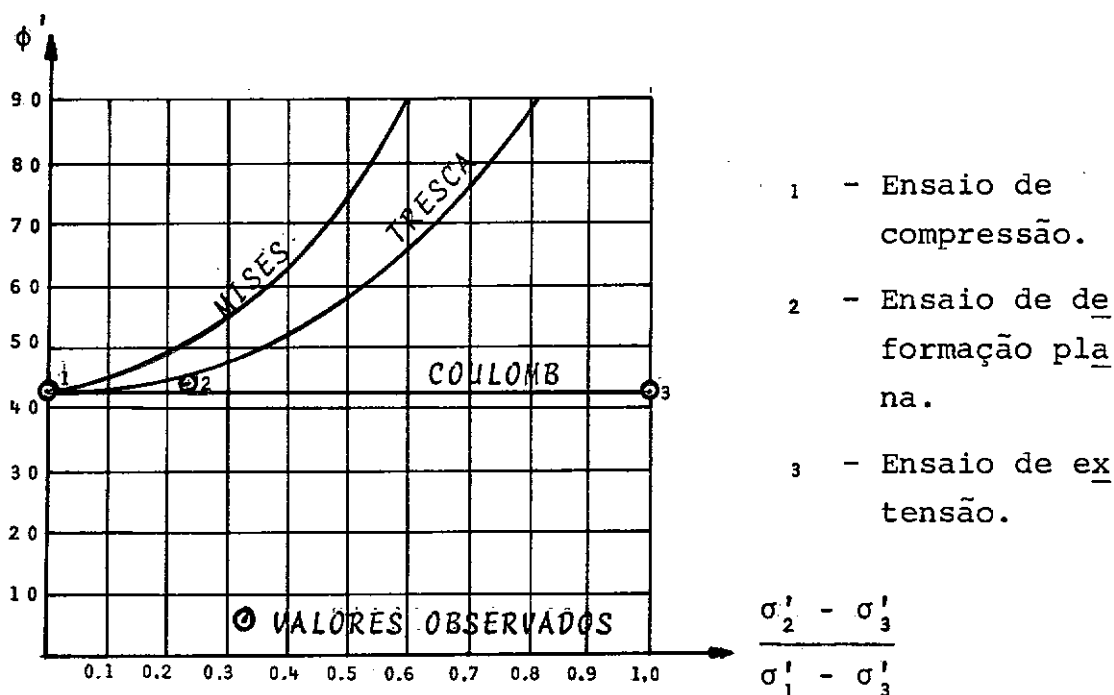


FIGURA 1.3.12 - Valores previstos e observados em três ensaios - Areia compacta.

W.M. KIRCKPATRICK (1954) obteve o título de Ph.D. na Universidade de Glasgow com a tese: "O comportamento das areias submetidas a sistemas de tensões especiais". Os resultados desta sua pesquisa com areias e em equipamento denominado cilindro ôco de paredes espessas, mostram que a teoria de Mohr-Coulomb é bastante significativa na previsão da ruptura em areias sob condições de completa drenagem e que para um sistema de tensão onde $\sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ a teoria subestima a resistência.

Na Figura 1.3.13 os valores experimentais e os pre

vistos pela teoria de Mohr-Coulomb são representados, inclusive com a superfície proposta pelo pesquisador.

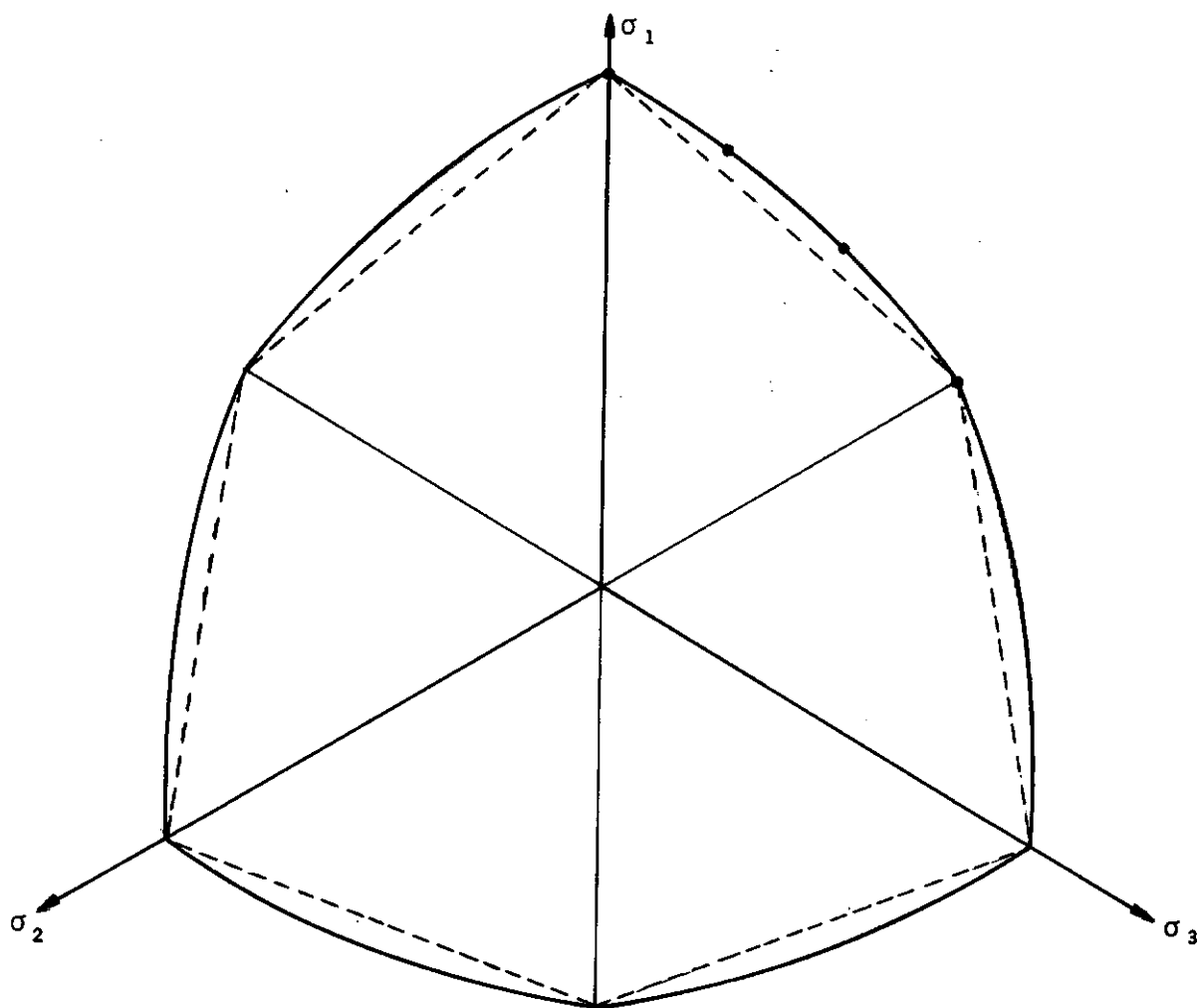
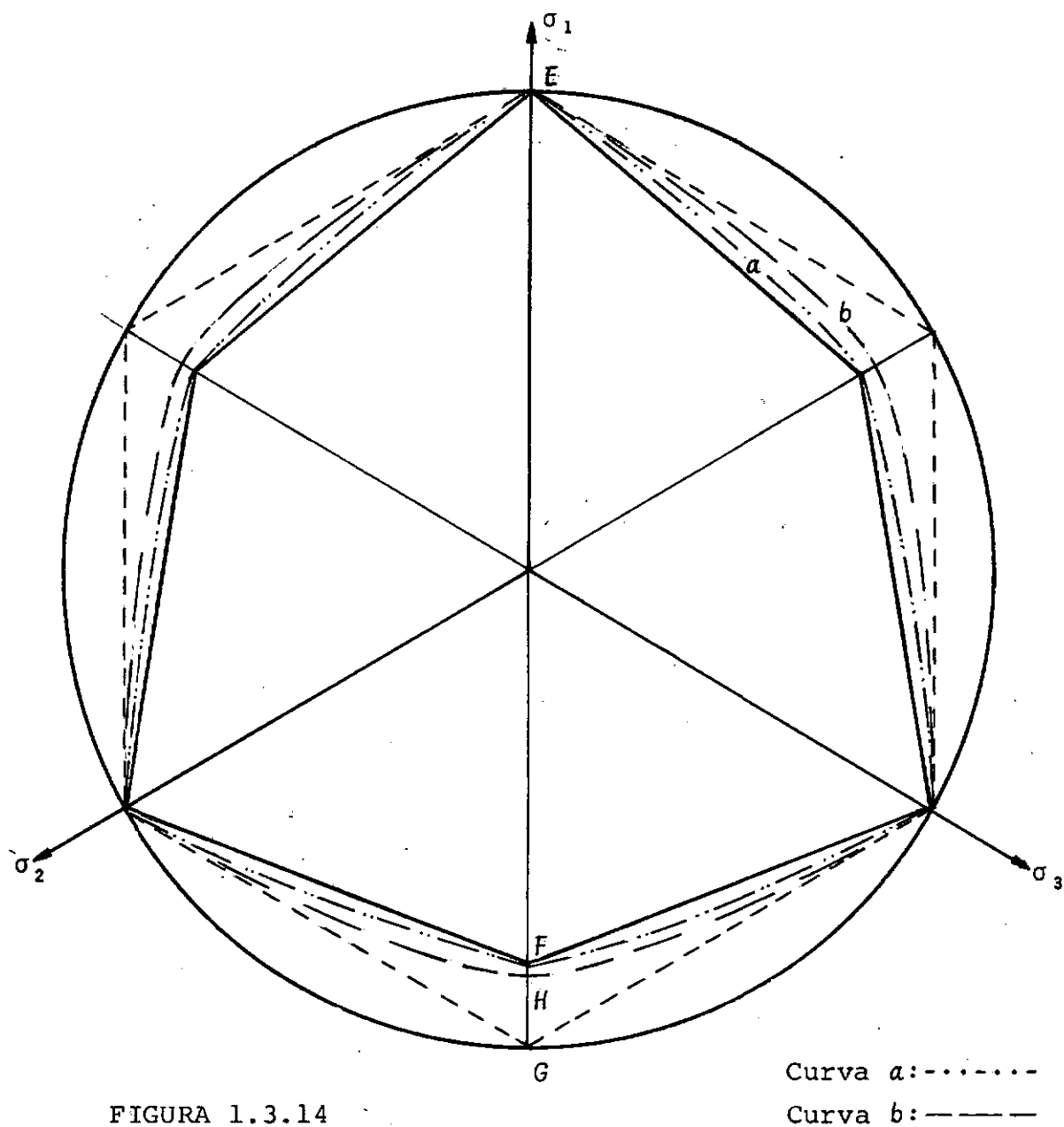


FIGURA 1.3.13
RESULTADOS DE KIRCKPATRICK

... VALORES EXPERIMENTAIS
--- MOHR-COULOMB
— SUPERFÍCIE EXPERIMENTAL

As divergências na escolha da superfície de ruptura no plano hidrostático ($\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \text{const.}$), no espaço das tensões efetivas, são mostradas na Figura 1.3.14.



A curva *a* passa pelos pontos E e F do diagrama de Mohr-Coulomb que são respectivamente estados de compressão e extensão axial e corresponde as opiniões de Barden e Khayatt, e Kirkpatrick.

A curva *b* representa um maior ângulo de atrito na

extensão do que na compressão e passa pelo ponto H , como mostra a figura. Esta curva b está de acordo com os resultados de LOMIZE¹⁸ e KRYZHANOVSKY (1967), e KO e SCOTT²³

Os resultados de GREEN¹² e BISHOP pertencem a uma curva compreendida entre a e b representadas.

Todos os pesquisadores estão de acordo que o ponto G na superfície de Von Mises e de Tresca, representa um estado de tensão impossível para os solos e que, além do mais, os critérios de ruptura de Von Mises e de Tresca são inaceitáveis para solos em estados gerais de tensão.

GEUZE¹⁰ (1961) também admite a validade do critério de Mohr-Coulomb para materiais arenosos medianamente compactos a compactos. Sua conclusão foi baseada no fato de que os materiais granulares somente manifestam a propriedade física do atrito interno do material (ângulo de atrito interno) no processo de cisalhamento.

29 - EM SOLOS COESIVOS.

A determinação da superfície de ruptura para os solos coesivos não tem sido o objeto de muitas pesquisas devi

do à grande heterogeneidade destes solos.

SHIBATA e KARUBE²⁴ (1965) executaram uma série de ensaios triaxiais C.U. e ensaios com variação da tensão principal intermediária em argilas normalmente adensadas. Eles estudaram as deformações, as poro-pressões e a ruptura em vários estados de tensão. Os principais resultados obtidos foram os seguintes:

- 1) A forma da curva tensão-deformação é influenciada pelo valor relativo da tensão principal intermediária, e a deformação axial, para o máximo $(\sigma_1 - \sigma_3)$, decresce com valores crescentes de $(\sigma_2 - \sigma_3)$.
- 2) A variação da pressão neutra decorrente da variação das tensões principais pode ser adequadamente expressa como uma função de σ_m , $\Delta\sigma_m$ e τ_{oct} , onde σ_m é a tensão principal média e τ_{oct} é a tensão cisalhante octaédrica.
- 3) Os valores do ângulo de atrito interno efetivo são iguais em ensaios de extensão e compressão mas valores ligeiramente superiores são encontrados em estados intermediários de pressões.
- 4) A superfície de ruptura de Mohr-Coulomb representa os li

mites inferiores da resistência ao cisalhamento e a su perfície de ruptura obtida para as argilas normalmente, adensadas é uma linha curva no plano octaédrico que circunscribe o hexágono de Mohr-Coulomb (curva a Figura 1.3.14).

Em ensaios similares, YONG e McKYES³⁴ (1967) obtiveram resultados que estão de pleno acôrdo com os obtidos por Shibata e Karube e também propuseram a mesma curva a, citada acima, para definir o escoamento nas argilas por êles ensaiadas.

Contrariamente às idéias dos pesquisadores citados, GEUZE¹⁰ (1961) invalida a aplicação dêsse critério aos solos coesivos, face à natureza dos contatos entre as partículas e os efeitos da pressão no fluido intersticial.

C - Conclusões.

Pelo que acabamos de expor e pelo sucesso que o emprêgo do critério de Mohr-Coulomb tem conduzido na resolução de inúmeros problemas da Mecânica dos Solos, cremos poder afirmar que êle constitui um modo plenamente satisfatório de

encarar o problema de ruptura dos solos. Além disso, sua aplicação é relativamente bem simples, já que a resistência do solo fica definida pelo conhecimento de apenas dois parâmetros. Não há dúvida de que esses parâmetros devem ser escolhidos com bastante critério considerando, principalmente, o intervalo de pressões no qual se irá trabalhar, pois a reta de Coulomb não exprime com exatidão a resistência ao cisalhamento do solo em todos estados físicos e em todos estados de tensão.

Acresce que tanto para os solos coesivos como para os solos não coesivos, a resistência prevista pela teoria de Mohr-Coulomb subestima a resistência disponível do solo, sendo para nós um fator de segurança adicional, a utilização dos valores previstos por essa teoria.

CAPÍTULO 2

EQUILÍBRIO LIMITE DOS MEIOS GRANULARES

2.1 - CONDIÇÕES LIMITES

2.1.1 - Generalidades.

Tendo em vista a exposição feita no Capítulo 1 será admitido que o critério de Mohr-Coulomb explique satisfatoriamente os fenômenos de ruptura dos solos.

Isto posto, recordemos algumas consequências do critério de Mohr-Coulomb expresso pela relação

$$\tau = C + \sigma_n \cdot \tan \phi \quad (2.1)$$

onde:

τ = tensão cisalhante atuante no plano de ruptura

σ_n = tensão normal neste mesmo plano

C e ϕ , parâmetros que definem a resistência ao cisalhamento do solo.

Um ponto no interior do solo permanecerá em equilí
brio se as relações

$$\tau \leq C + \sigma_{\eta} . t_g \phi \quad (2.2)$$

$$\sigma_{\eta} \geq - C . \cot_g \phi \quad (2.3)$$

forem válidas em qualquer faceta passando por este ponto.
Introduzindo o coeficiente

$$H = C . \cot_g \phi \quad (2.4)$$

podemos reescrever as relações acima na forma

$$\tau \leq (\sigma_{\eta} + H) . t_g \phi \quad (2.2a)$$

$$\sigma_{\eta} \geq - H \quad (2.3a)$$

Dizemos que um ponto está no *estado de equilíbrio*
limite quando a desigualdade

$$\tau_{\eta} < (\sigma_{\eta} + H) . t_g \phi \quad (2.5)$$

se verifica em todos os elementos de área, passando pelo ponto, exceto em algum elemento de área onde a igualdade

$$\tau_n = (\sigma_n + H) \cdot \operatorname{tg} \phi \quad (2.6)$$

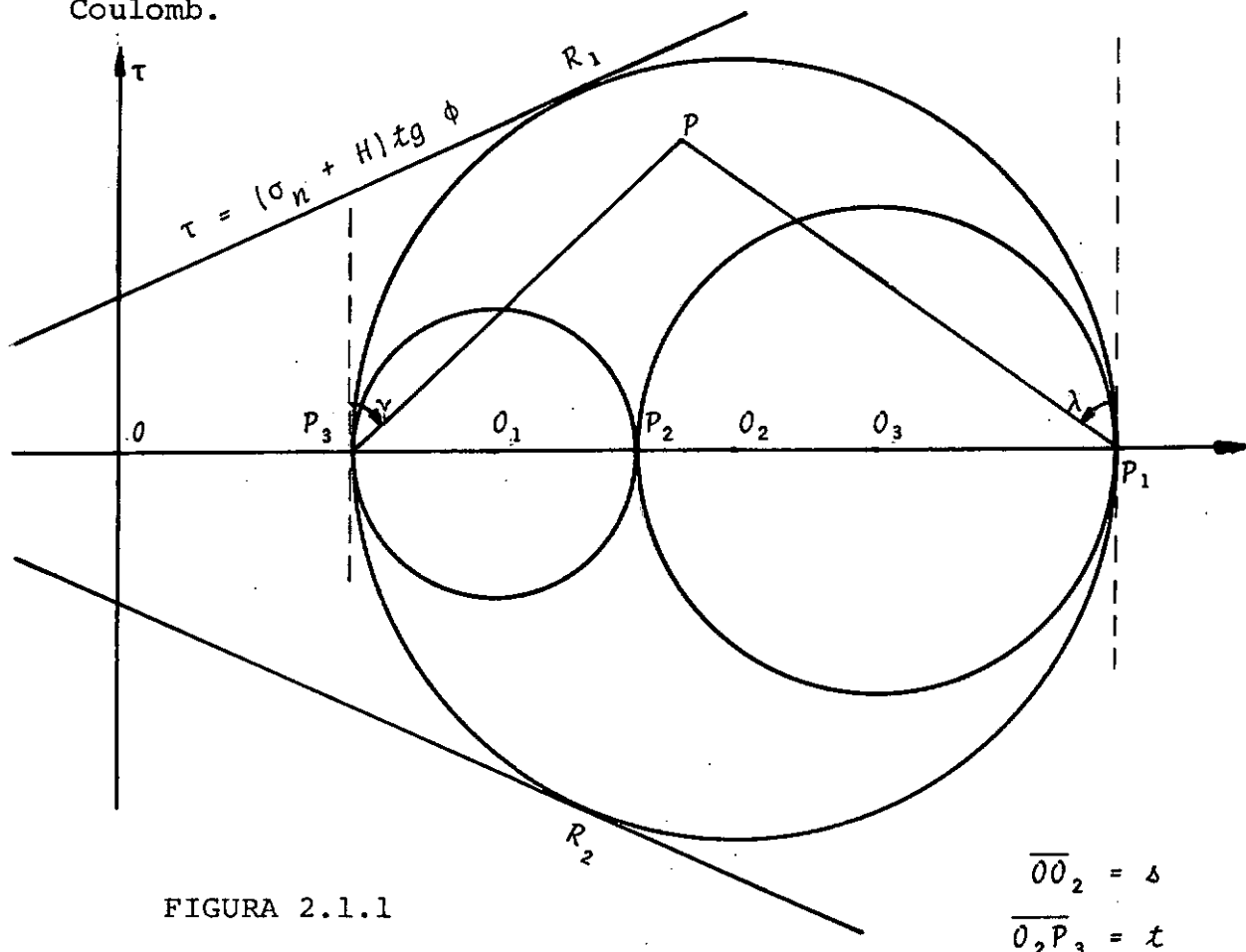
é satisfeita. Este elemento de área é denominado plano de deslizamento. Nós mostraremos que por todo ponto no estado de equilíbrio limite passam dois planos de deslizamento e eles contêm um dos eixos principais e são igualmente inclinados em relação aos outros dois.

Se todos os pontos de uma zona estão no estado limite, nós diremos que essa zona está no estado de equilíbrio limite ou é uma zona limite. Em uma zona limite será possível construir superfícies que, em cada ponto, o plano tangente é um plano de deslizamento. Tais superfícies são denominadas superfícies de deslizamento e formam na zona limite um sistema de duas famílias curvilíneas isogonais.

2.1.2 - Condições de Equilíbrio Limite.

O estado de tensões em um ponto pode ser representado pelo diagrama de Mohr, representado na Figura 2.1.1. Nês

te diagrama pode ser representada a reta (2.1) definida por Coulomb.



Por intermédio desta representação podem ser determinadas as componentes normal e cisalhante em qualquer plano passando pelo ponto cujas tensões principais são σ_1 , σ_2 e σ_3 , representadas pelas abscissas dos pontos P_1 , P_2 e P_3 . As extremidades do vetor tensão total em qualquer plano pertence ao triângulo curvilíneo (lúnula) representado. Cada um dos lados dêste triângulo que são semi-círculos, é o lugar geométrico das extremidades do vetor tensão resultante em planos

que passam por um dos eixos principais.

Para que o ponto considerado esteja em um estado de equilíbrio limite é necessário que a reta definida por Coulomb tangencie o triângulo curvilíneo.

Essa reta limite tangenciará o círculo das tensões principais extremas. Sendo este círculo o lugar geométrico das extremidades dos vetores tensão que atuam em planos que passam pelo eixo da tensão principal intermediária, concluimos que os planos de deslizamento contêm o eixo da tensão principal intermediária.

A equação do círculo que passa pelos pontos que definem as tensões principais extremas é dada por

$$(\sigma_{\eta} - s)^2 + \tau_{\eta}^2 = t^2 \quad (2.7)$$

onde para $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$, s e t assumem os valores

$$s = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad (2.8)$$

$$t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (2.9)$$

Ao longo dêste círculo um dos cosenos diretores é nulo. Chamando de λ o ângulo da normal do elemento de área com a direção de σ_1 , podemos escrever as relações abaixo baseando-nos no diagrama de Mohr:

$$\sigma_\eta = s + t \cdot \cos 2\lambda \quad (2.10)$$

$$\tau_\eta = \pm t \cdot \sin 2\lambda \quad (2.11)$$

Derivando as expressões (2.10) e (2.11) teremos:

$$\frac{d\tau}{d\sigma_\eta} = \pm \cot_g 2\lambda \quad (2.12)$$

Mas no plano de deslizamento (2.6)

$$\tau_\eta = (\sigma_\eta + H) t_g \phi$$

logo,

$$\frac{d\tau_n}{d\sigma_n} = \tau_g \phi \quad (2.13)$$

Chamando de μ o ângulo λ dos planos de deslizamento temos:

$$\cot g \ 2|\mu| = \tau_g \phi \quad \text{ou} \quad |\mu| = \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \quad (2.14)$$

Lógicamente, o ângulo ϵ dos planos de deslizamentos com a direção da tensão principal máxima será o complemento de μ ou

$$\epsilon = \pm \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right) \quad (2.15)$$

Estas relações estabelecem as posições dos dois planos de deslizamento que passam através do eixo da tensão principal intermediária, inclinados de ângulos ϵ em relação ao eixo da tensão principal máxima e se interceptando segun

do um ângulo 2ε .

Se por todo ponto em uma zona limite passam dois planos de deslizamento nós podemos afirmar que também existirão duas famílias de superfícies isogonais, nesta zona limite, cujos planos tangentes são os planos de deslizamento.

Podemos passar a estudar o equilíbrio limite no plano das tensões principais extremas pois, como vimos, o estado de equilíbrio limite é caracterizado nêste plano.

2.2 - EQUILÍBRIO LIMITE A DUAS DIMENSÕES.

2.2.1 - Generalidades.

Definimos *equilíbrio limite a duas dimensões*, como sendo o equilíbrio de um corpo cilíndrico ou prismático, com uma dimensão infinita, sob a ação de forças perpendiculares às geratrizes e distribuídas uniformemente na direção destas geratrizes. Usaremos o eixo y paralelo às geratrizes.

O estado definido corresponde ao estado plano de deformação no qual,

$$\tau_{xy} = \tau_{zy} = 0 \quad (2.16)$$

e σ_x , σ_z e τ_{xz} são independentes de y .

As componentes da tensão serão positivas quando ti verem os sentidos indicados na Figura 2.2.1.

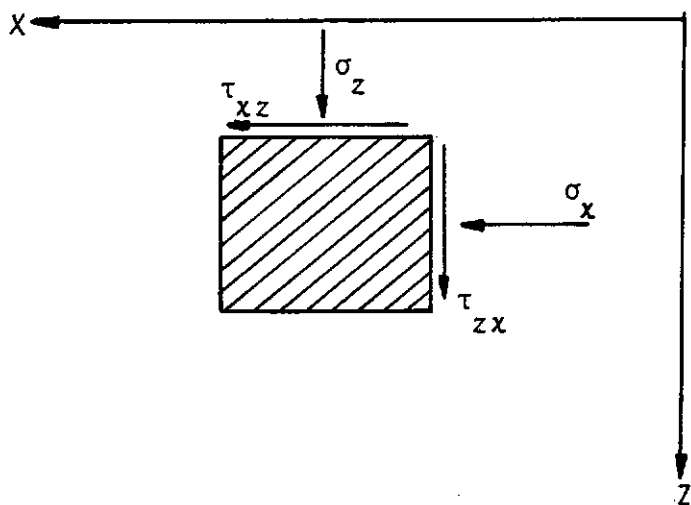


FIGURA 2.2.1

Para o estado plano definido temos:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} \quad (2.17)$$

$$\sigma_2 = \sigma_y \quad (2.18)$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{xz}^2} \quad (2.19)$$

Nestas condições, σ_1 e σ_3 são as tensões principais extremas. ✓

No caso do equilíbrio plano é suficiente considerarmos a distribuição de tensões no plano xz .

As componentes vertical e tangencial da tensão em um ponto no estado de equilíbrio limite plano podem ser representadas no diagrama de Mohr Figura 2.2.2.

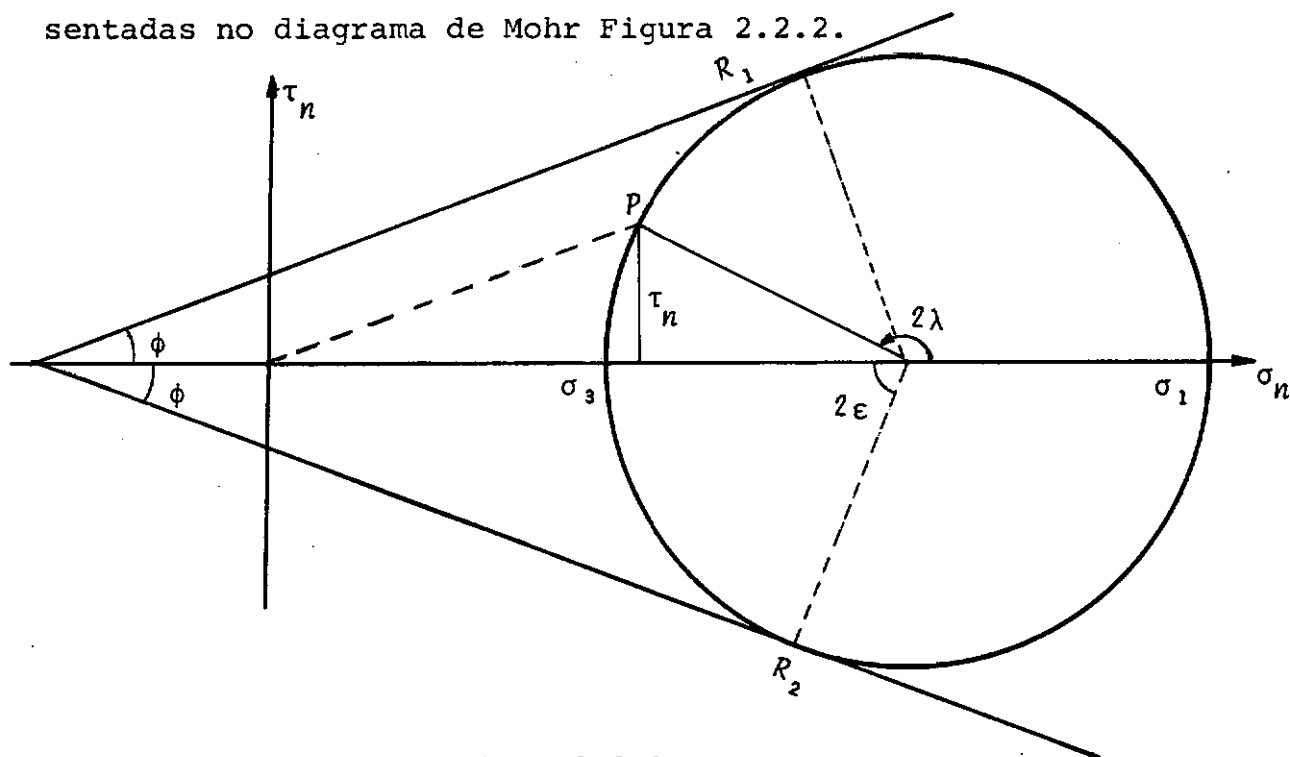


FIGURA 2.2.2

As extremidades do vetor tensão em um ponto pertencem ao círculo definido por:

$$(\sigma_{\eta} - s)^2 + \tau_{\eta}^2 = t^2 \quad (2.20)$$

onde

$$s = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad (2.21)$$

$$t = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (2.22)$$

Se o ponto está no estado de equilíbrio limite o círculo representativo do estado de tensões tangencia a reta limite de Coulomb nos pontos R_1 e R_2 . As facetas nas quais as componentes da tensão são representadas pelos pontos R_1 e R_2 são as facetas de deslizamento. Estas duas fa cetas são análogamente inclinadas de ângulos $\pm \epsilon$ em relação ao eixo da tensão principal máxima e se interceptam segundo um ângulo de 2ϵ .

As superfícies de deslizamento no equilíbrio limite

plano serão superfícies cilíndricas com as geratrizes paralelas ao eixo y . As linhas de intersecção destas superfícies como o plano xz serão denominadas de *linhas de deslizamento*. Elas formam um sistema de duas famílias de curvas isogonais pois se interceptam sempre segundo um ângulo igual a 2ε .

2.2.2 - Equações do Equilíbrio Limite Plano.

Estabeleceremos neste ítem as equações básicas do nosso desenvolvimento, que é a determinação da distribuição de tensões em um meio no estado de equilíbrio limite plano.

Sabemos que as equações de equilíbrio em um meio contínuo no estado plano são:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \chi \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \zeta \quad (2.24)$$

onde χ e ζ são as componentes das forças de volume, que atu

am em um elemento infinitesimal, em relação aos eixos x e z . Estas duas equações não são suficientes pois contêm três incôgnitas σ_x , σ_z e τ_{xz} . O estado de equilíbrio limite plano, baseado no critério de Mohr-Coulomb, permite-nos levantar esta indeterminação através da condição de resistência. Pela representação do estado de tensão em um ponto, no estado de equilíbrio limite, podemos obter esta relação.

Considerando o triângulo retângulo ΔMPQ (Figura 2.2.3) temos:

$$\frac{1}{4} (\sigma_x - \sigma_z)^2 + \tau_{xz}^2 = \frac{\text{sen}^2 \phi}{4} (\sigma_x + \sigma_z + 2H)^2 \quad (2.25)$$

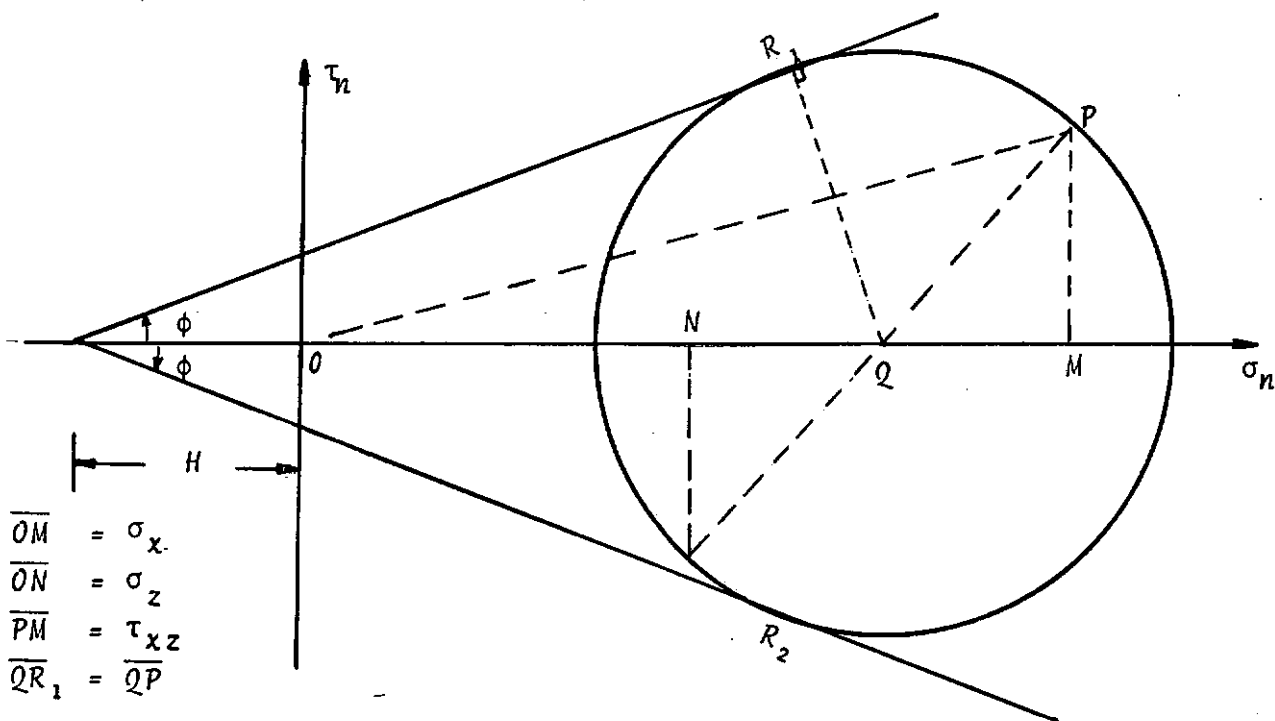


FIGURA 2.2.3

Com a equação (2.25) pode-se integrar o sistema e determinar σ_x , σ_z e τ_{xz} em qualquer ponto, desde que se conheçam as condições de fronteira.

2.3 - TEORIA DE SOKOLOVSKII

2.3.1 - Generalidades.

SOKOLOVSKII^{27, 28} procurou resolver o problema fundamental de estabilidade plana em solos, isto é, a determinação da relação funcional entre carregamentos e propriedades do solo em um estado de equilíbrio limite plano.

A Figura 2.3.1 representa um maciço limitado por duas fronteiras submetidas a carregamentos $p(x)$ e $q(x)$. Sokolovskii procurou a relação entre $p(x)$ e $q(x)$ para um estado iminente de ruptura.

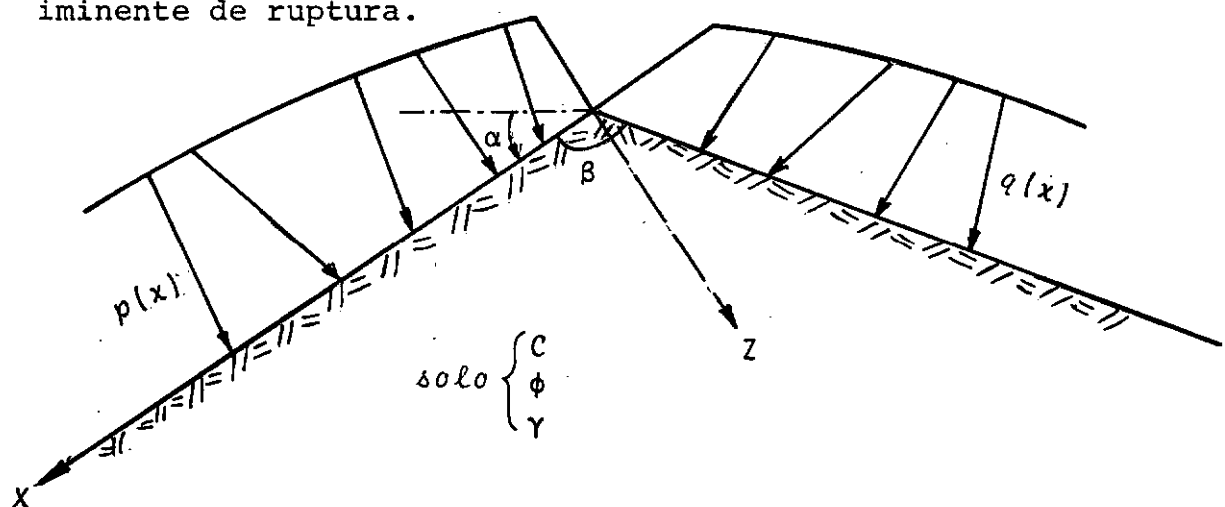


FIGURA 2.3.1

Notamos que os três problemas fundamentais de estabilidade em solos são casos particulares do problema referido.

O problema de capacidade de carga (Figura 2.3.2a) é caracterizado para $\alpha=0^\circ$ e $\beta=180^\circ$, no problema de estabilidade de taludes (Figura 2.3.2b) é nulo o valor de $p(x)$ enquanto que no problema de estabilidade de muros de arrimo (Figura 2.3.2c) o carregamento $q(x)$ é inclinado em relação a normal a fronteira de um ângulo igual ao coeficiente de atrito entre o muro e o solo.

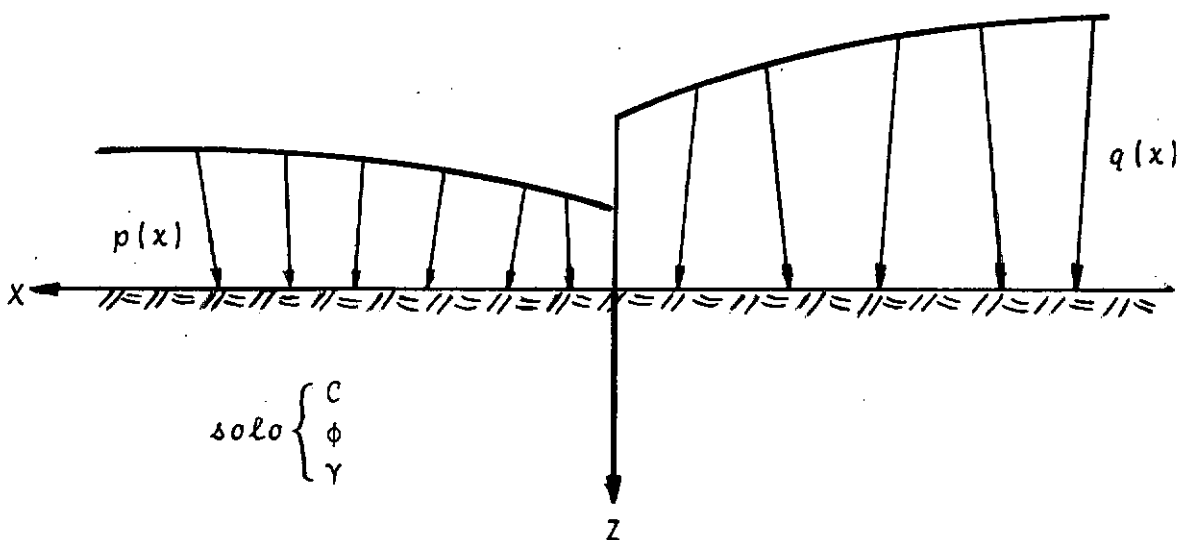


FIGURA 2.3.2a α - PROBLEMA DE CAPACIDADE DE CARGA - $\alpha=0$ e $\beta=180$

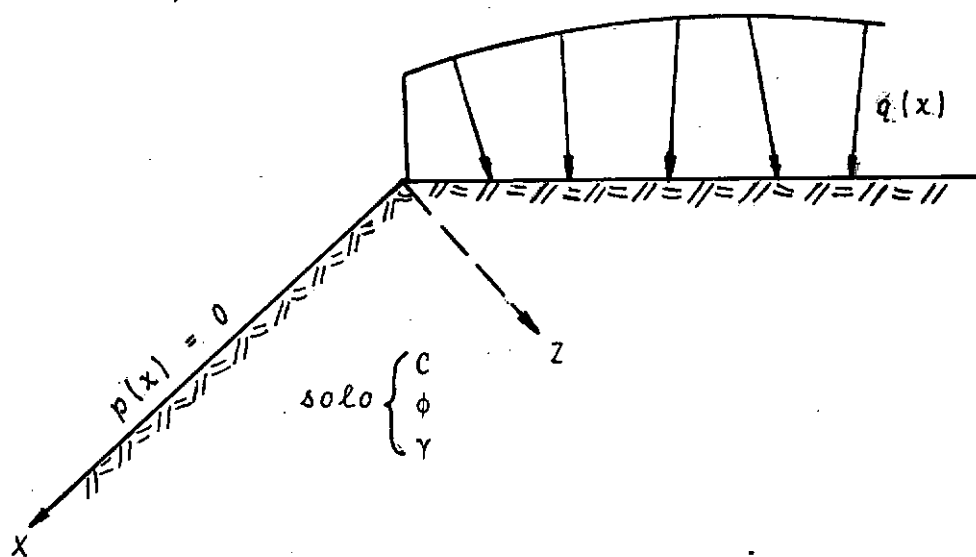


FIGURA 2.3.2b b- PROBLEMA DE ESTABILIDADE DE TALUDES $p(x) = 0$

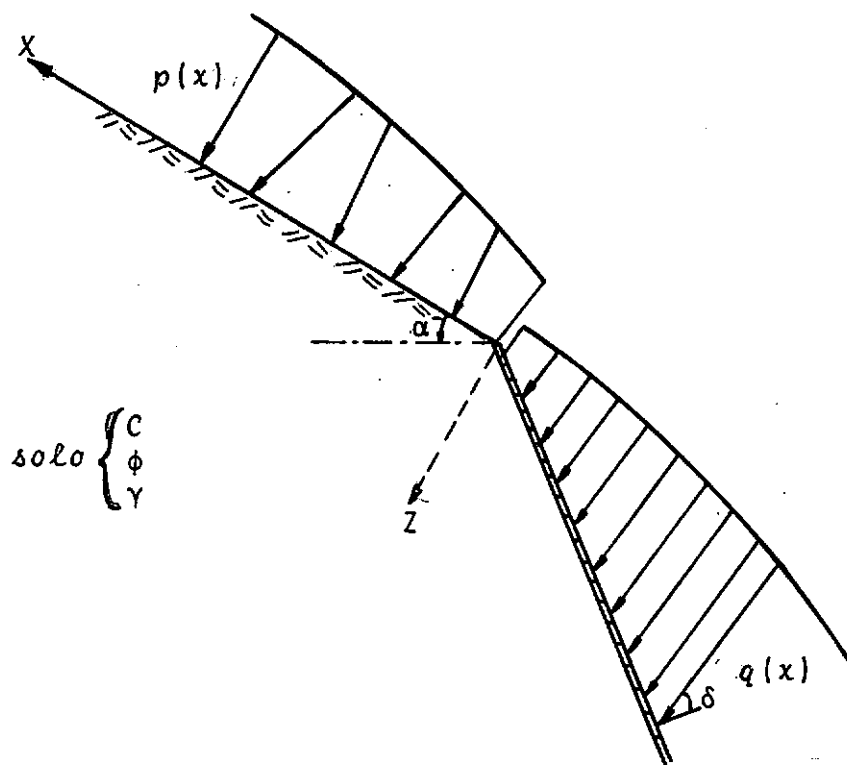


FIGURA 2.3.2c c- PROBLEMA DE ESTABILIDADE DE MUROS DE ARRIBA

2.3.2 - Equações Básicas e Desenvolvimento

As equações básicas da teoria de Sokolovskii são as equações do equilíbrio limite plano (item 2.2.2), que se escrevem:

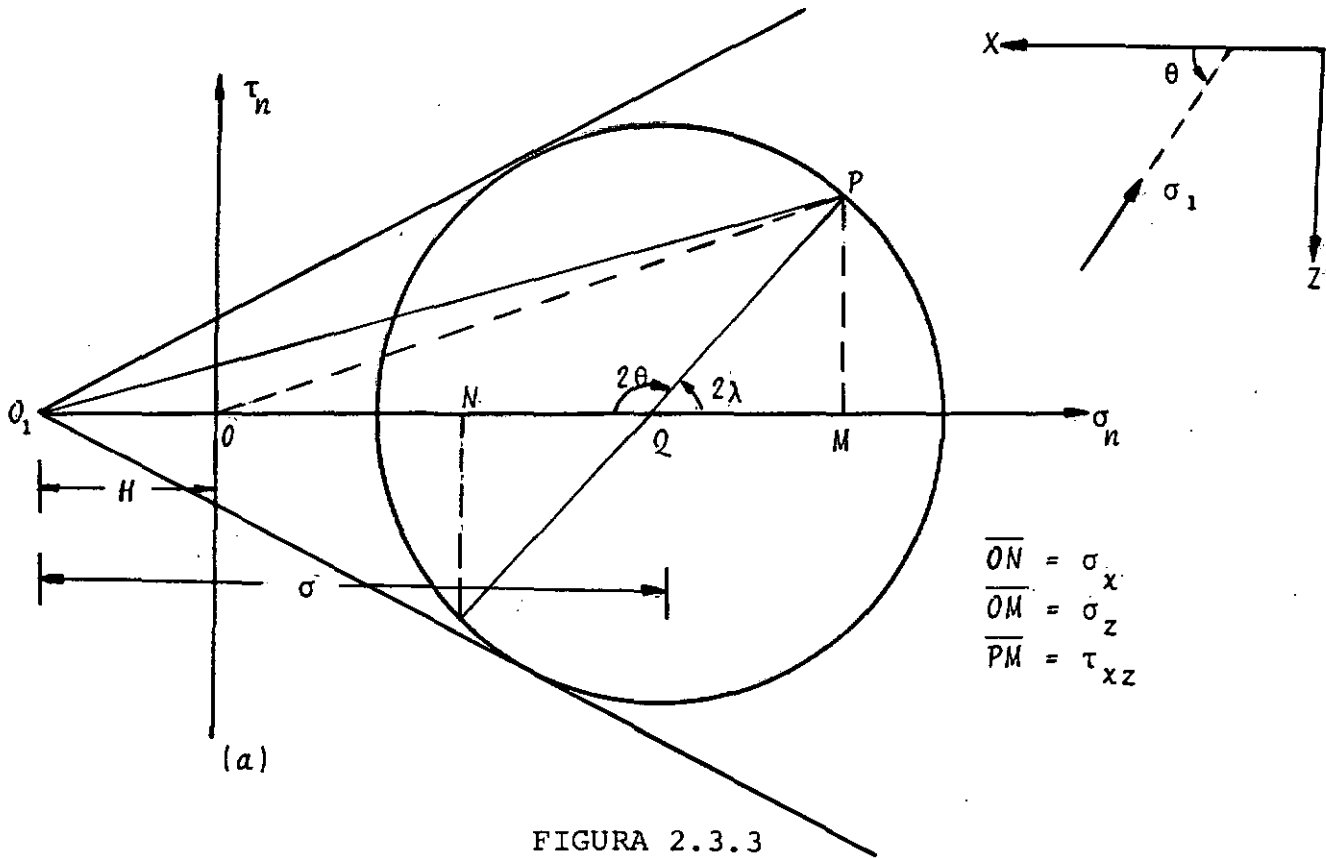
$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = \chi \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \gamma \quad (2.24)$$

$$\frac{1}{4} (\sigma_x - \sigma_z)^2 + \tau_{xz}^2 = \frac{\sin^2 \phi}{4} (\sigma_x + \sigma_z + 2H)^2 \quad (2.25)$$

Para resolver esse sistema matematicamente determinado, conhecidas as condições de fronteira, Sokolovskii definiu duas variáveis que simplificaram bastante a análise. Estas variáveis estão representadas na Figura 2.3.3. A variável σ é denominada tensão fictícia média em um ponto no estado de equilíbrio limite e, θ é o ângulo que a direção da tensão principal máxima faz com o eixo dos x nas mesmas condi

ções.



Pela Figura 2.3.3a podemos obter:

$$\sigma_x = \sigma(1 + \text{sen}\phi \cdot \cos 2\theta) - H \quad (2.26)$$

$$\sigma_z = \sigma(1 - \text{sen}\phi \cdot \cos 2\theta) - H \quad (2.27)$$

$$\tau_{xz} = \sigma \cdot \text{sen}\phi \cdot \text{sen } 2\theta \quad (2.28)$$

A solução do sistema de equações básicas consiste em se determinar a distribuição espacial das três componentes da tensão. As equações (2.26), (2.27) e (2.28), que são relações válidas no estado de equilíbrio limite, substituem a equação (2.25) e transfere-se a solução para a determinação espacial das variáveis σ e θ no maciço.

Calculando as derivadas parciais das componentes da tensão pelas equações (2.26), (2.27) e (2.28) e substituindo nas condições de equilíbrio (2.23) e (2.24) teremos, após algumas transformações algébricas, o seguinte:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} + 2\sigma \cdot t_g \phi \cdot \frac{\partial \theta}{\partial x} + t_g(\theta + \epsilon) \frac{\partial \sigma}{\partial z} + 2\sigma t_g \phi t_g(\theta + \epsilon) \frac{\partial \theta}{\partial z} = A$$

(2.29)

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} - 2\sigma t_g \phi \frac{\partial \theta}{\partial x} + t_g(\theta - \epsilon) \frac{\partial \sigma}{\partial z} - 2\sigma t_g \phi t_g(\theta - \epsilon) \frac{\partial \theta}{\partial z} = B$$

(2.30)

sendo:

$$A = - \frac{X \operatorname{sen}(\theta - \epsilon) - Y \cos(\theta - \epsilon)}{\cos \phi \cdot \cos(\theta + \epsilon)}$$

(2.31)

$$B = \frac{X \operatorname{sen}(\theta + \epsilon) - Y \operatorname{cos}(\theta + \epsilon)}{\operatorname{cos} \phi \cdot \operatorname{cos}(\theta - \epsilon)} \quad (2.32)$$

$$\epsilon = \frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \quad (2.33)$$

Com a finalidade de simplificarmos o sistema de e quações em derivadas parciais (2.29) e (2.30) façamos a se guinte mudança de variáveis, sendo $K = \text{constante}$:

$$\chi = \frac{\cot g \phi}{2} \ln \frac{\sigma}{K} \quad (2.34)$$

Nestas condições, teremos:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = 2 \sigma \operatorname{tg} \phi \cdot \frac{\partial \chi}{\partial x} \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial z} = 2 \sigma \operatorname{tg} \phi \cdot \frac{\partial \chi}{\partial z} \quad (2.36)$$

Substituindo os valores obtidos no sistema anterior,

temos:

$$\frac{\partial \chi}{\partial x} + \frac{\partial \theta}{\partial x} + \left[\frac{\partial \chi}{\partial z} + \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] t_g(\theta + \epsilon) = \frac{A}{2\sigma t_g \phi} = a \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial x} - \frac{\partial \theta}{\partial x} + \left[\frac{\partial \chi}{\partial z} - \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] t_g(\theta - \epsilon) = \frac{B}{2\sigma t_g \phi} = b \quad (2.38)$$

Fazendo finalmente a mudança:

$$\xi = \chi + \theta \quad (2.39)$$

$$\eta = \chi - \theta \quad (2.40)$$

temos:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial \xi}{\partial z} t_g(\theta + \epsilon) &= a & (2.41) \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial z} t_g(\theta - \epsilon) &= b & (2.42) \end{aligned} \right\} \begin{array}{c} \text{II} \end{array}$$

O sistema II obtido é um sistema de equações diferenciais parciais de 2a. ordem quase-linear, composto de duas equações simultâneas, e a sua solução consiste em determinarmos a distribuição $\xi(x,z)$ e $\eta(x,z)$ no domínio procurado.

Procuramos esta solução ao longo de uma curva $z=z(x)$ do domínio. Ao longo desta curva nós podemos escrever:

$$d\xi = \frac{\partial \xi}{\partial x} dx + \frac{\partial \xi}{\partial z} dz \quad (2.43)$$

$$d\eta = \frac{\partial \eta}{\partial x} dx + \frac{\partial \eta}{\partial z} dz \quad (2.44)$$

Nestas condições, o sistema de equações (2.41) a (2.44) permite-nos determinar os valores das derivadas $\frac{\partial \xi}{\partial x}$, $\frac{\partial \xi}{\partial z}$, $\frac{\partial \eta}{\partial x}$ e $\frac{\partial \eta}{\partial z}$.

Colocando este sistema em uma forma matricial temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & \operatorname{tg}(\theta+\varepsilon) & 0 & 0 \\ dx & dx & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \operatorname{tg}(\theta-\varepsilon) \\ 0 & 0 & dx & dz \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial z} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \eta}{\partial z} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a \\ d\xi \\ b \\ d\eta \end{Bmatrix}$$

(2.45)

Os valores das derivadas serão dados pelas relações:

$$\frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{adz - d\xi \cdot \operatorname{tg}(\theta+\varepsilon)}{dz - dx \cdot \operatorname{tg}(\theta+\varepsilon)} \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial z} = \frac{d\xi - adx}{dz - dx \cdot \operatorname{tg}(\theta+\varepsilon)} \quad (2.47)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{bdz - d\eta \operatorname{tg}(\theta-\varepsilon)}{dz - dx \operatorname{tg}(\theta-\varepsilon)} \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{d\eta - b dx}{dz - dx \cdot \operatorname{tg}(\theta - \epsilon)} \quad (2.49)$$

Sabemos, do estudo das equações diferenciais parciais (COURANT-HILBERT⁷, Vol. II), que os valores das derivadas serão únicos se os denominadores das equações acima não forem nulos, e que existirá uma infinidade de soluções quando os numeradores se anularem simultaneamente com os denominadores.

Devido à impossibilidade de determinarmos $\xi(x, z)$ e $\eta(x, z)$ ao longo de uma curva qualquer nós procuraremos estas funções ao longo de curvas tais que os denominadores das relações acima se anulem. Este método é denominado *método das características* e as curvas ao longo das quais nós procuramos as soluções são as curvas características.

Se nós impusermos a condição de os denominadores se anularem, nós teremos que anular simultaneamente os numeradores para que existam os valores das derivadas. E assim, teremos ao longo de cada curva característica as relações válidas das variáveis ξ e η .

Chegamos, desta forma, às equações:

Primeiramente

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta + \epsilon) \quad (a) \quad \frac{d\xi}{dz} = \frac{a}{\operatorname{tg}(\theta + \epsilon)} \quad \text{ou} \quad \frac{d\xi}{dx} = a \quad (b)$$

(2.50)

e

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta - \epsilon) \quad (a) \quad \frac{d\eta}{dz} = \frac{b}{\operatorname{tg}(\theta - \epsilon)} \quad \text{ou} \quad \frac{d\eta}{dx} = b \quad (b)$$

(2.51)

As equações (2.50) e (2.51) indicam que a infinida de de soluções constituem duas famílias distintas de curvas características. Adotando a notação usual da teoria das e , quações diferenciais temos que:

A família de características ξ é definida por

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta + \epsilon) \quad \text{e} \quad \frac{d\xi}{dx} = a \quad (2.52)$$

e a família de características η por

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta - \epsilon) \quad \text{e} \quad \frac{d\eta}{dx} = b \quad (2.53)$$

Notamos que as curvas características no plano xz são inclinadas dos mesmos ângulos que as linhas de deslizamento. Isto mostra que no equilíbrio limite as características e as linhas de deslizamento coincidem. Então, notamos que no processo de mapeamento a região considerada no plano $\xi\eta$ tem sua imagem no plano xz representada por um conjunto de curvas características ou linhas de deslizamento que em todos os pontos se interceptarão segundo um ângulo de 2ε .

As expressões $\frac{d\xi}{dx} = a$ e $\frac{d\eta}{dx} = b$ são as equações diferenciais ordinárias expressando a variação de ξ e η ao longo das características que serão bastante usadas para a determinação de ξ e η em um ponto qualquer.

Substituindo os valores de ξ e η e calculando as expressões dos termos a e b para $x=0$ e $z=\gamma$ (caso mais frequente) chegaremos a duas equações, sendo a primeira:

$$d\sigma + 2\sigma \operatorname{tg}\phi \, d\theta = \gamma(dz + dx \operatorname{tg}\phi) , \quad (2.54)$$

válida ao longo de uma característica ξ ou $\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta+\varepsilon)$,

e a segunda:

$$d\sigma - 2\sigma \operatorname{tg}\phi \, d\theta = \gamma(dz - dx \operatorname{tg}\phi) , \quad (2.55)$$

que exprime a variação de $\sigma(x,z)$ e $\theta(x,z)$ ao longo de uma característica η ou $\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta - \epsilon)$.

Para $\gamma=0$ (desprezando o peso próprio do solo) teremos:

Ao longo de $\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta + \epsilon)$; $\frac{d\xi}{dx} = 0$ ou $\xi = \text{const}$ e

$$d\sigma + 2\sigma \operatorname{tg}\phi \, d\theta = 0 \quad (2.54a)$$

Ao longo de $\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta - \epsilon)$; $\frac{d\eta}{dx} = 0$ ou $\eta = \text{const}$ e

$$d\sigma - 2\sigma \operatorname{tg}\phi \, d\theta = 0 . \quad (2.55a)$$

Por outro lado, se nas expressões (2.46) a (2.49) tivermos somente denominadores nulos, estas expressões terão valores infinitos que acarretarão descontinuidades em ξ e η , às quais corresponderão descontinuidades em $\sigma(x, z)$ e $\theta(x, z)$. As curvas nas quais isto acontece são as linhas de descontinuidade e constituem o limite de validade d^este nosso sistema. Estas condições são expressas pelas equações:

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta + \epsilon) \quad (2.56)$$

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta - \epsilon) \quad (2.57)$$

As equações (2.56) e (2.57) nos dizem que a linha de descontinuidade no plano xz é uma linha de deslizamento ou uma envolvente destas linhas. Estas curvas definem no campo físico (plano xz do maciço) as linhas de ruptura do sistema. Reiteramos que uma linha de descontinuidade (linha de ruptura) restringe o domínio de validade das equações de equilíbrio e da equação de resistência e é n^este domínio limitado pela linha de ruptura que, n^os procuraremos os valores das variáveis em causa (ξ e η).

Relembramos que a solução procurada é a variação das componentes da tensão ao longo do maciço no estado de equilíbrio limite. Como por todo ponto de um maciço em estado de equilíbrio limite passam duas curvas características nós procuraremos estas componentes ao longo das características. Ainda mais, as variáveis σ e θ definem as componentes da tensão e também constituem a solução, da mesma forma, que as variáveis ξ e η .

2.3.3 - Determinação das Variáveis nas Fronteiras

Este item permitirá determinar a distribuição de $\sigma(x, z)$ e $\theta(x, z)$ nas fronteiras em função das tensões atuante e inversamente.

Tomemos um ponto P em algum elemento de área na fronteira, e suponhamos que este elemento esteja submetido a uma tensão p' (*tensão real*), formando um ângulo δ' com a normal ao elemento de área (Figura 2.3.4). As componentes normal e cisalhante de p' são σ_n e τ_n respectivamente. Com a finalidade de determinarmos σ e θ nós consideraremos que o elemento de área esteja submetido a uma *tensão equivalente* p , formando um ângulo δ com a mesma normal e tendo componentes

normal e cisalhante respectivamente $\sigma_n + H$ e τ_n . (Teorema dos Estados Correspondentes, CAQUOT⁵).

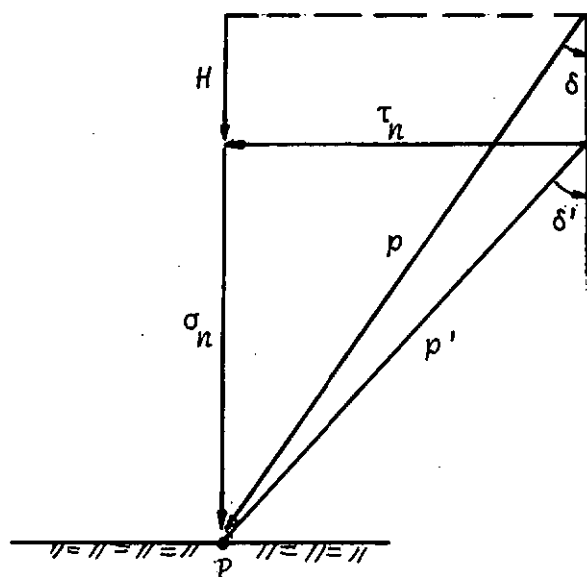


FIGURA 2.3.4

Podemos representar estas tensões no estado de equilíbrio limite no diagrama de Mohr (Figura 2.3.5).

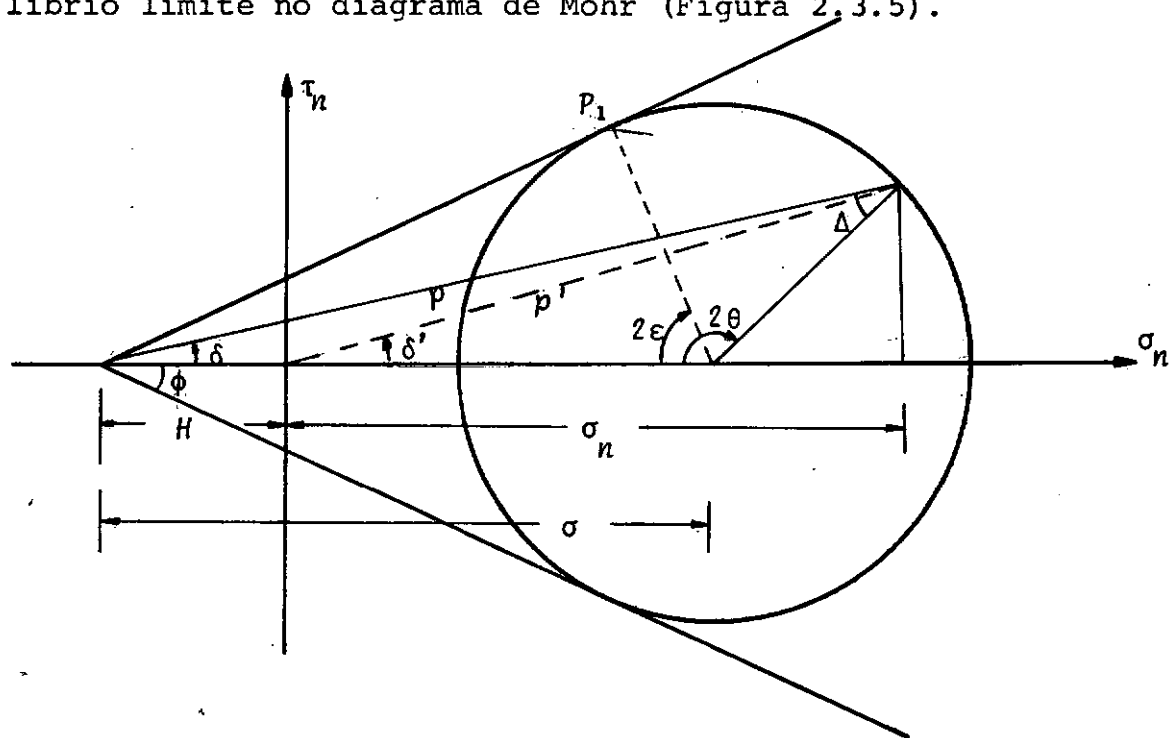


FIGURA 2.3.5

Considerando a Figura 2.3.4 podemos obter as rela
ções:

$$\sigma_n + H = p.\cos\delta \quad (2.58)$$

$$\tau_n = p.\sen\delta \quad (2.59)$$

ou $\tau_n = (\sigma_n + H)\operatorname{tg}\delta \quad (2.60)$

Nas condições limites temos (Figura 2.3.5):

$$\sigma_n = \sigma(1 - \sen\phi.\cos 2\theta) - H \quad (2.61)$$

$$\tau_n = \sigma\sen\phi\sen 2\theta \quad (2.62)$$

Substituindo estas expressões em (2.60) temos:

$$\sen(2\theta + \delta) = \frac{\sen\delta}{\sen\phi} \quad (2.63)$$

Fazendo

$$\frac{\text{sen} \delta}{\text{sen} \phi} = \text{sen} \Delta \quad (2.64)$$

$$\text{sen}(2\theta + \delta) = \text{sen} \Delta \quad (2.65)$$

Lembrando que dois arcos têm o mesmo seno quando sua soma for um número ímpar de π ou sua diferença um número par de π podemos escrever:

$$(2\theta + \delta) + \Delta = (2k_1 + 1)\pi \quad (2.66)$$

$$(2\theta - \delta) - \Delta = 2k_2 \cdot \pi \quad (2.67)$$

com k_1 e k_2 números inteiros.

Após transformações convenientes podemos exprimir o valor de θ na forma proposta por Sokolovskii que engloba os dois estados de equilíbrio limites possíveis em um ponto, quais sejam, o estado ativo e o estado passivo.

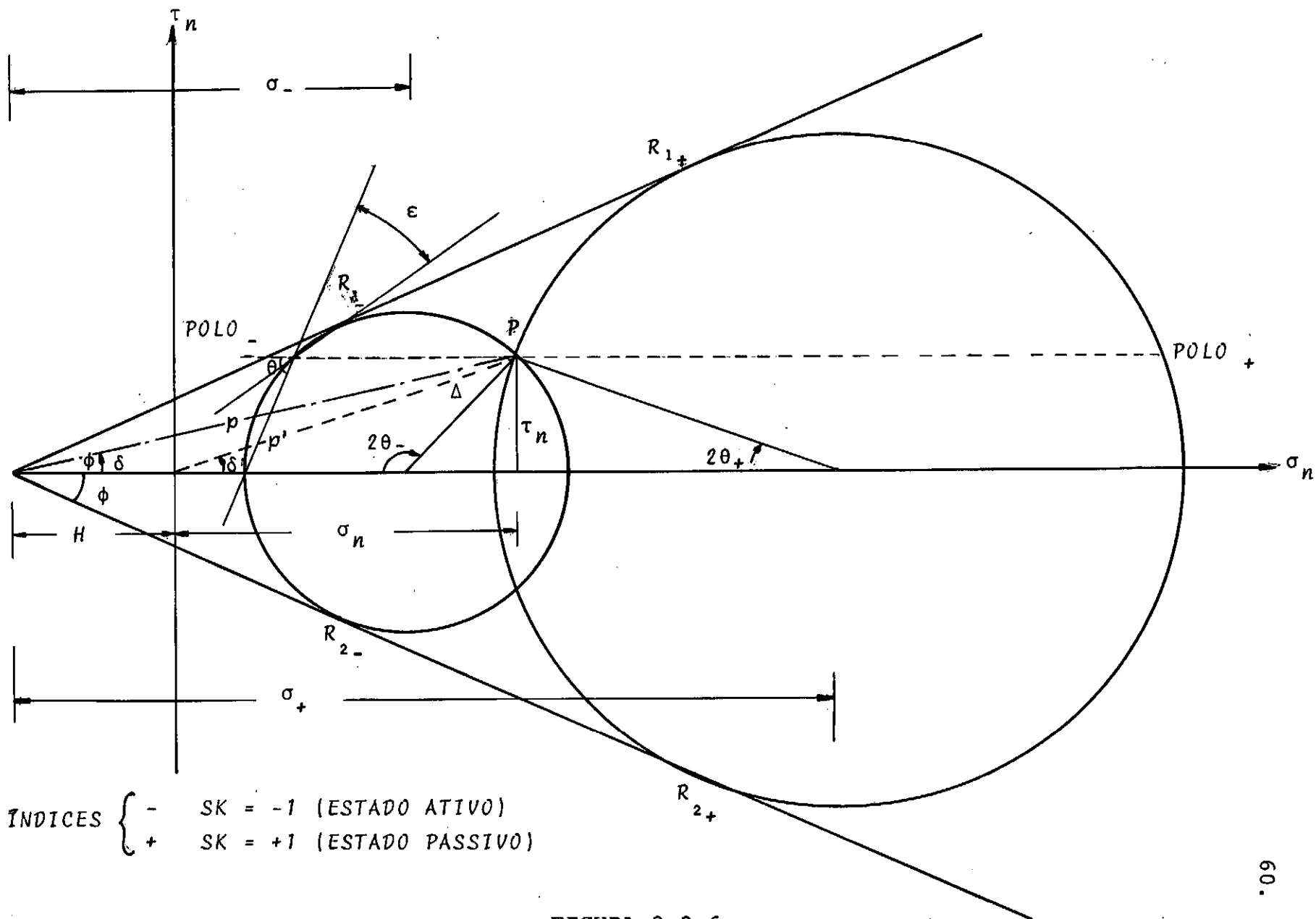


FIGURA 2.3.6

$$\theta = (1 - SK) \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} (SK.\Delta - \delta) + m.\pi \quad (2.68)$$

onde $SK = \pm 1$ representa as duas possibilidades de círculos passando por P serem tangentes à reta limite (Figura 2.3.6). Pode o valor de m ser qualquer número inteiro, mas, geralmente, tomamos $m = 0$.

Determinado o valor de θ , o de σ poderá ser determinado facilmente, pela equação (2.62), e será dado por:

$$\sigma = p. \frac{\text{sen}\Delta}{\text{sen}(\Delta - SK.\delta)} \quad (2.69)$$

Para o caso particular de $\delta=0$ (carregamentos verticais), teremos uma indeterminação no valor de σ pela equação (2.69), mas os valores de σ e θ podem ser calculados por:

$$\theta = (1 - SK) \frac{\pi}{4} + m\pi \quad (2.70)$$

$$\sigma = \frac{p}{(1 - SK.\text{sen}\phi)} \quad (2.71)$$

2.3.4 - Determinação das Variáveis no Maciço.

Lembrando que todo ponto, em uma zona limite, pode ser considerado como a intersecção de duas curvas particulares distintas pertencentes a cada uma das duas famílias de linhas de deslizamento, e considerando as relações válidas em cada família (2.52) e (2.53), podemos, através de uma integração numérica, determinar as variáveis em um ponto, a partir de valores conhecidos em dois pontos vizinhos. Esta integração numérica aproximada é possível expressando em diferenças finitas as relações das variáveis ao longo das características.

Conhecendo os valores de x , z , σ e θ em dois pontos P_1 e P_2 , como mostra a Figura 2.3.7, podemos determinar estas mesmas variáveis em um ponto P próximo, da seguinte maneira:

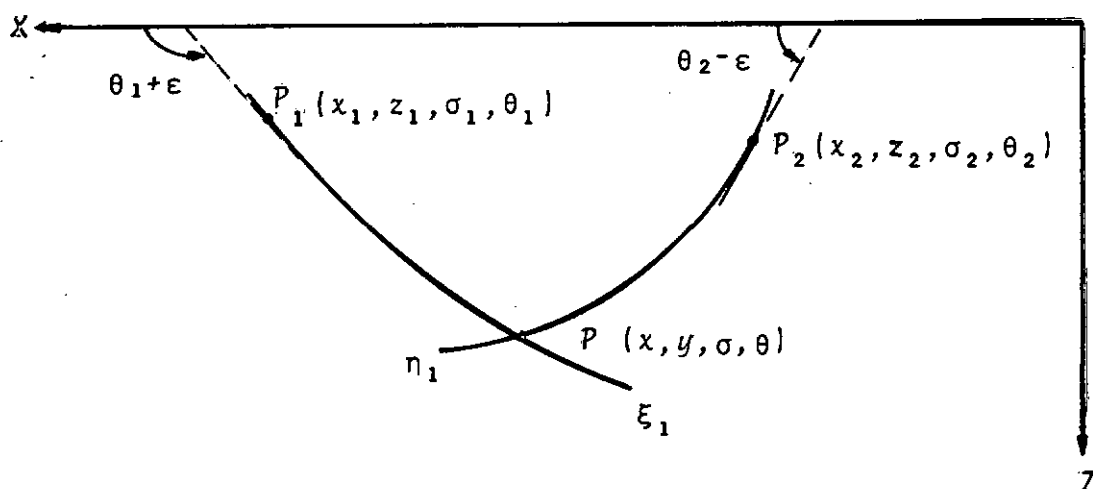


FIGURA 2.3.7

Escrevamos o sistema de equações (2.54) e (2.55) em diferenças finitas. Nestas condições podemos escrever ao longo da característica ξ_1 $|dz/dx = tg(\theta + \epsilon)|$:

$$Z - Z_1 = tg(\theta_1 + \epsilon) \cdot (x - x_1) \quad (2.72)$$

$$\sigma - \sigma_1 + 2 \cdot \sigma_1 \cdot tg\phi(\theta - \theta_1) = \gamma [(Z - Z_1) + tg\phi \cdot (x - x_1)] \quad (2.73)$$

e, ao longo da característica η_1 $[dz/dx = tg(\theta - \epsilon)]$:

$$Z - Z_2 = tg(\theta_2 - \epsilon) (x - x_2) \quad (2.74)$$

$$\sigma - \sigma_2 - 2\sigma_2 \cdot tg\phi(\theta - \theta_2) = \gamma [(Z - Z_2) - tg\phi(x - x_2)] \quad (2.75)$$

Resolvendo este sistema de quatro equações simultâneas, obtemos os valores das variáveis x , Z , σ e θ no ponto P .

A solução do sistema anterior e o caminho a seguir para determinarmos os valores das variáveis em todos os pontos do maciço será função dos dados na fronteira. Três casos podem ocorrer.

1º CASO - Problema de Cauchy.

Suponhamos que se conheçam x , z , σ e θ ao longo de uma curva T no plano xz e que a função $F(\sigma, \theta)$ seja diferenciável ao longo de T . Suponhamos, também, que em todos os pontos desta curva existam duas características reais distintas ξ e η (Figura 2.3.8).

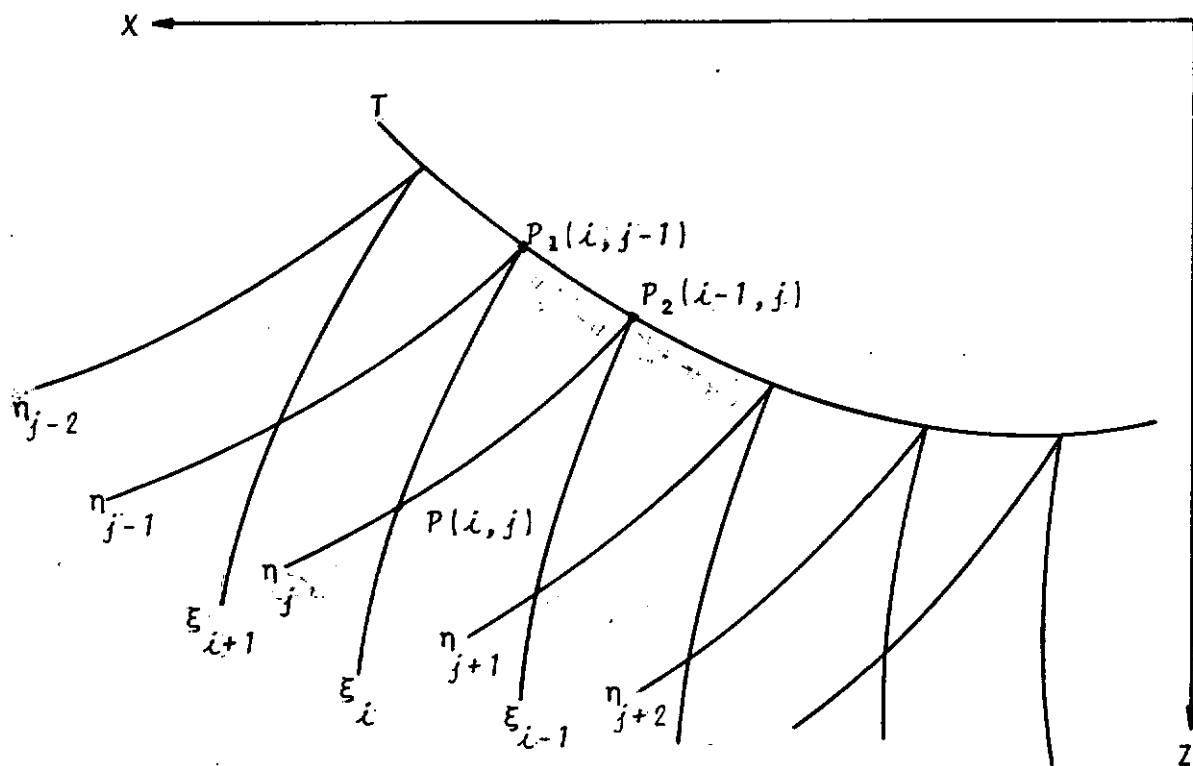


FIGURA 2.3.8

Para determinarmos as variáveis no ponto P , próximo da curva T e intersecção das características ξ_i e η_j que partem respectivamente de P_1 e P_2 bastará resolvermos o sistema das equações (2.72) a (2.75).

Podemos metodizar este problema pela Tabela 2.3.9 onde nas colunas i representamos a distribuição das variáveis ao longo das características ξ_i , e nas linhas j a distribuição das variáveis ao longo das características η_j , tendo desta maneira os valores das variáveis em cada intersecção de duas características no retângulo correspondente à coluna i e à linha j .

$j \backslash i$	1	2	...	$i-1$	i	$i+1$...	n
1								
2								
...								
$j-1$								
j								
$j+1$								
...								
n								

TABELA 2.3.9

Os quadros hachuriados significam que os valores das variáveis são conhecidos ao longo da curva T . Os valores no ponto $P(i, j)$ serão determinados se, e somente se, os valores nos pontos $P_1(i, j-1)$ e $P_2(i-1, j)$ forem conhecidos.

Concluimos que podemos determinar os valores das variáveis na região limitada pelas características extremas, seguindo as direções das setas a partir dos valores na fronteira T e desta maneira preencher os quadros da Tabela 2.3.9.

2º CASO - Problema de Goursat

Nêste caso tôdas as variáveis são consideradas conhecidas ao longo de duas características e procura-se determinar estas variáveis na zona compreendida por estas características (Figura 2.3.10).

Êste problema é resolvido da mesma forma que o precedente, necessitando somente iniciar os cálculos das variáveis em P .

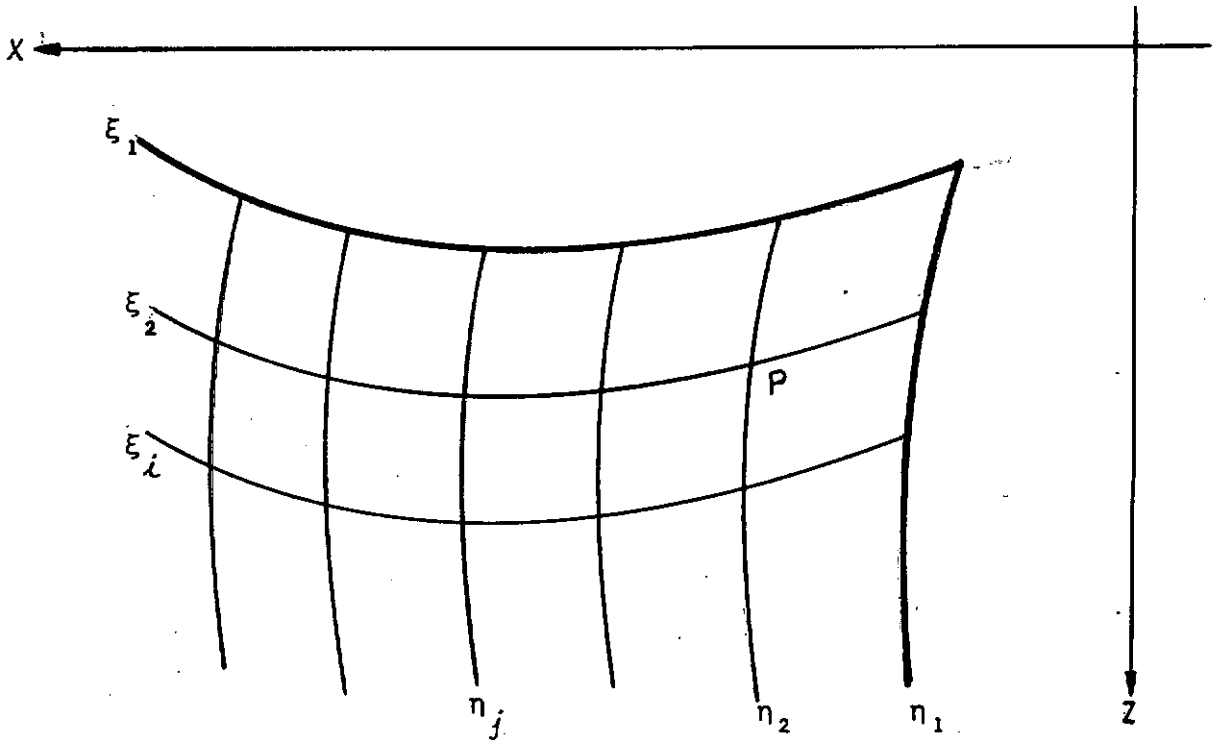


FIGURA 2.3.10

Representando este problema como na Tabela 2.3.9 temos a seguinte configuração (Tabela 2.3. 11):

$j \backslash i$	1	2	...	$i-1$	i	$i+1$...	n
1								
2								
\vdots								
j								
m								

TABELA 2.3.11

3º CASO - Problema Misto

Nêste problema tôdas as variáveis ao longo de uma característica são conhecidas e ao longo de uma curva não característica conhecemos algumas variáveis ou condições que nos permitem resolver convenientemente o sistema das equações (2.58) a (2.61) e obter tôdas as variáveis na região compreendida entre estas duas curvas.

2.3.5 - Problema de Capacidade de Carga.

Entendemos por capacidade de carga de um solo o carregamento que é capaz de levá-lo a um estado de equilíbrio limite e a denominaremos "*Capacidade de Carga Teórica do Solo*".

Se uma carga "real" $p(x)$ atua ao longo de um intervalo do eixo positivo dos x (Figura 2.3.12) nós podemos estudar a estabilidade do maciço de duas formas.

Primeiramente nós obteríamos a estabilidade se aplicássemos um carregamento $q_2(x)$ que impedisse a subsidência sob $p(x)$.

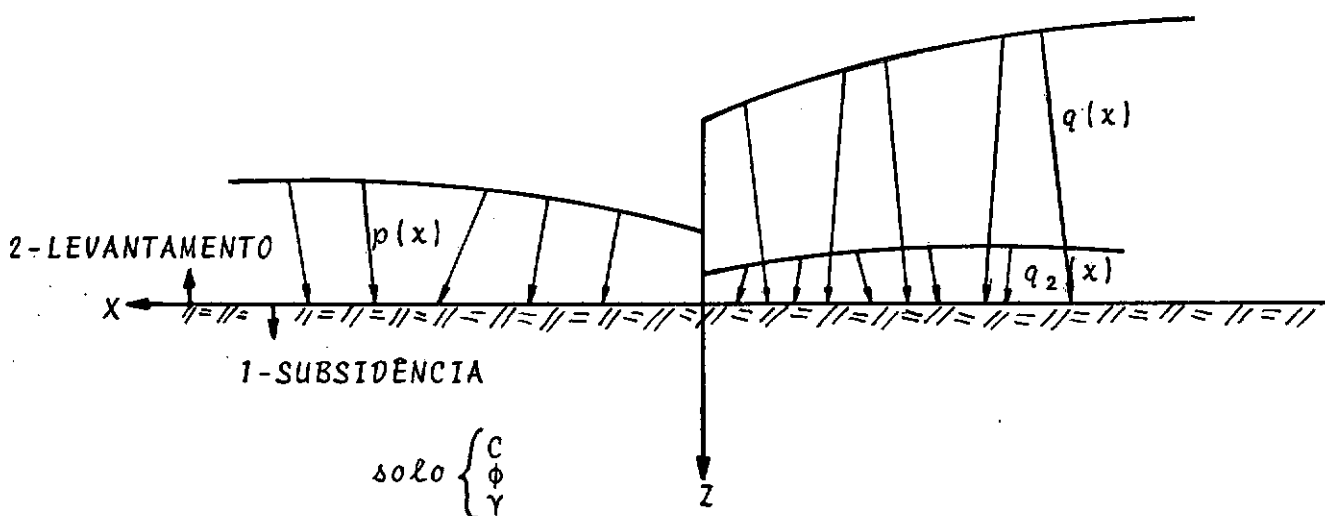


FIGURA 2.3.12

Poderíamos ainda assegurar a estabilidade se aplicássemos um carregamento $q_1(x)$ tal que a tendência do movimento acarretasse o levantamento de $p(x)$.

Estes dois carregamentos, que, por assim dizer, generalizam o problema de capacidade de carga, delimitam os carregamentos possíveis de equilíbrio face à aplicação de $p(x)$. Nós procuraremos estes dois carregamentos limites.

No primeiro caso caracterizaríamos um estado de equilíbrio limite ativo em uma zona sob $p(x)$ enquanto que, sob $q_2(x)$ ($x < 0$) onde o solo tenderá a resistir ao movimento, teremos um estado de ruptura passiva. Notamos ainda, que dependendo do valor de $p(x)$ e dos parâmetros do solo o carregamento $q_2(x)$ poderia ser nulo ou mesmo negativo, o que sig

nificaria que com o carregamento $p(x)$ seria impossível gerar um estado de equilíbrio limite [$p(x)$ menor do que a capacidade de carga do solo] .

No segundo caso, que representamos na Figura 2.3.13, caracterizamos um estado de ruptura passiva em uma zona sob $p(x)$ e um estado de ruptura ativa em uma zona sob $q_1(x)$. Interligando estas duas zonas temos uma zona de transição.

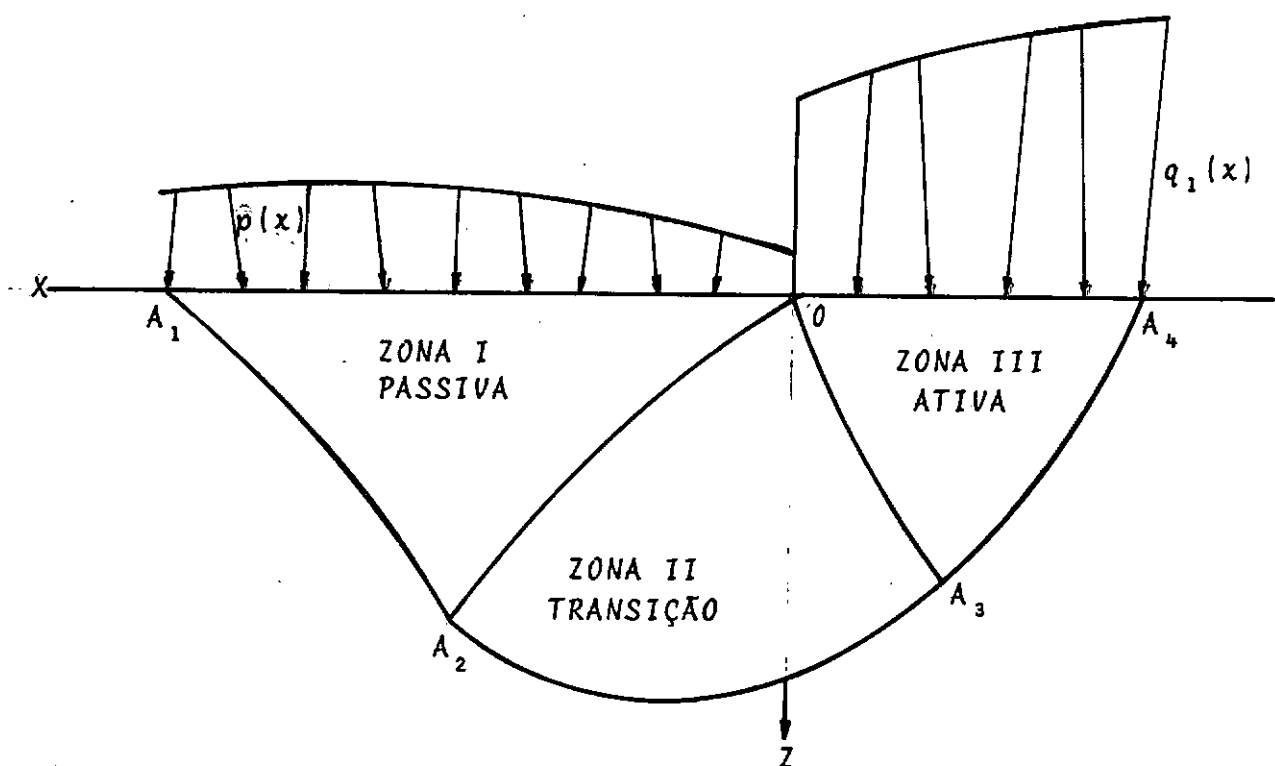


FIGURA 2.3.13

Além das três zonas delimitadas, esquematizamos a

linha de ruptura $A_1 A_2 A_3 A_4$ que é a linha limite de validade da teoria exposta e onde ocorrem descontinuidades finitas nas componentes da tensão. Procuraremos as tensões em qualquer ponto acima da linha de ruptura e, em particular, na fronteira OA_4 . Procuraremos um carregamento vertical $q_1(x)$ cuja estabilidade, no estado de equilíbrio limite, é assegurada por um carregamento vertical crescente monotonicamente $p(x)$, conforme mostra a Figura 2.3.14.

Para que possamos representar no plano $\xi\eta$ o domínio que nos interessa, de uma maneira real, e, posteriormente, fazermos o mapeamento no plano xz , desprezaremos inicialmente o peso próprio do solo. Nestas condições as relações válidas ao longo das duas famílias de características são as equações (2.54a) e (2.55a) que transcrevemos abaixo.

Primeira família de características:

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta + \varepsilon) \quad \text{e} \quad \xi = \text{constante.} \quad (2.54a)$$

Segunda família de características:

$$\frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta - \varepsilon) \quad \text{e} \quad \eta = \text{constante.} \quad (2.55a)$$

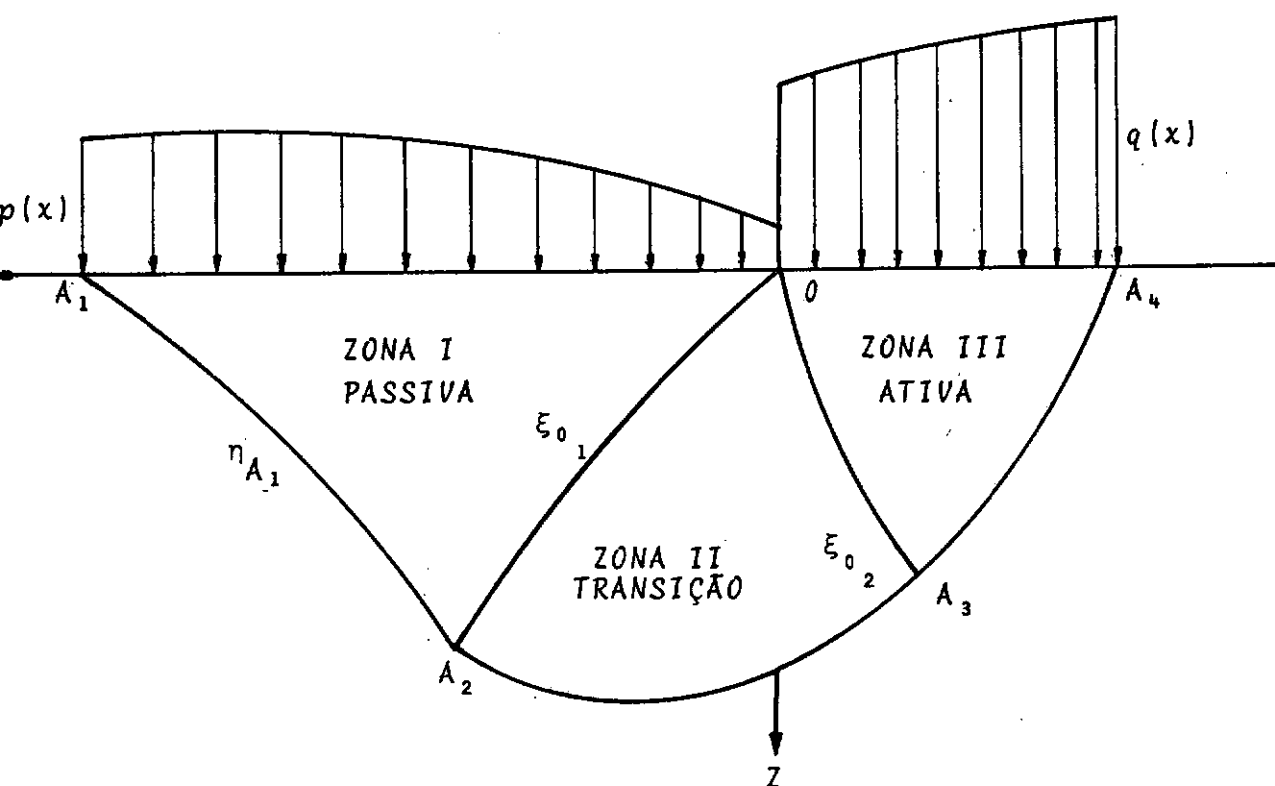


FIGURA 2.3.14

Podemos inicialmente determinar as variáveis σ e θ na fronteira OA_1 (item 2.3.3) e, pelas relações de recorrência, determinamos ξ e η nesta mesma fronteira.

Na fronteira OA_1 temos um estado de ruptura passiva ($SK = +1$), e, o carregamento $p(x)$ sendo vertical, ter-se-á para $x > 0$.

$$\sigma(x, 0) = \frac{p(x)}{1 - \sin \phi} \quad \text{e} \quad \theta(x, 0) = 0 \quad (2.76)$$

As variáveis ξ e η serão determinadas pelas relações:

$$\xi - \eta = 2\theta$$

$$\xi + \eta = 2\chi \quad \text{onde} \quad \chi = \frac{\cotg\phi}{2} \ln \frac{\sigma(x,0)}{K} \quad (2.77)$$

Notamos, então, que a fronteira OA_1 no plano xz mapeará segundo a reta $\xi=\eta$ no plano $\xi\eta$ e que $\xi_{A_1} > \xi_{0_1}$ pois, $\sigma_{A_1} > \sigma_{0_1}$. (Figura 2.3.15).

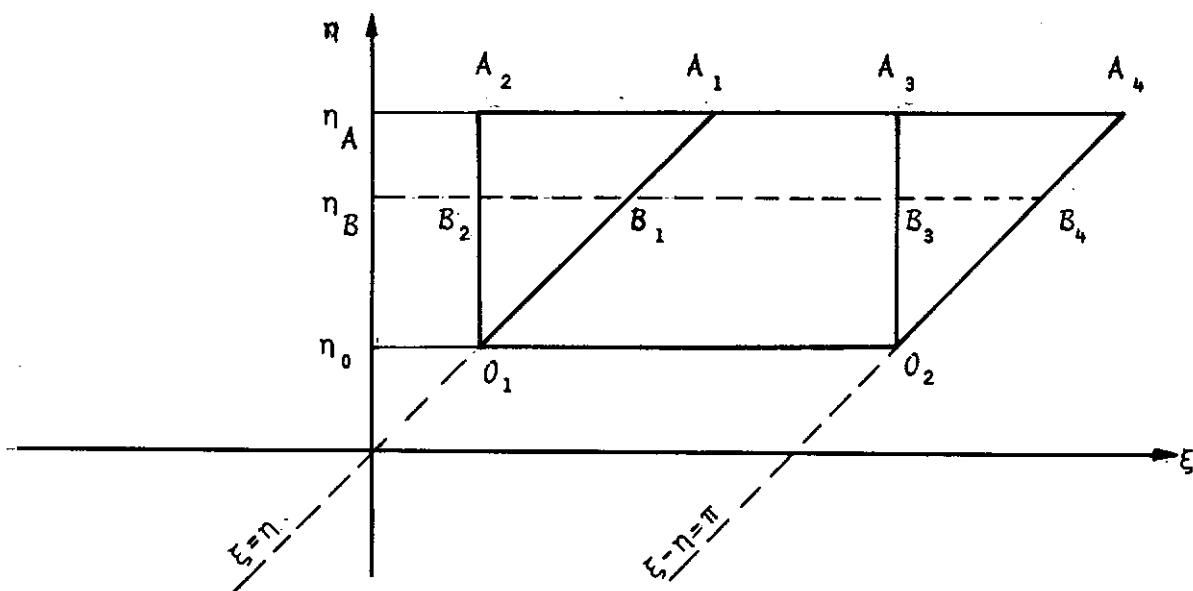


FIGURA 2.3.15

Nêste ponto já podemos calcular ξ e η em qualquer ponto da fronteira OA_1 , assim como σ e θ , e σ_x , σ_z e τ_{xz} através das relações de recorrência.

Passaremos agora a estudar o ponto O (Figura 2.3.14). Notamos que nêste ponto existe uma descontinuidade nas tensões e conseqüentemente poderemos considerá-lo como uma característica η_0 que se reduziu a um ponto no plano xz . Tomemos um entôrno de O com O_1 a esquerda e O_2 a direita. Em O_1 são válidas as relações (2.76). Se $p(x=0) = p_0$ teremos para $x < 0$:

$$\sigma_{0_1} = \frac{p_0}{1 - \sin\phi} \quad \text{e} \quad \theta_{0_1} = 0 \quad (2.78)$$

Na fronteira OA_1 (Figura 2.3.14) poderemos da mesma forma, determinar σ e θ lembrando que $SK = -1$ (estado ativo) e $\delta = \Delta = 0$ ($q(x)$ é vertical). Para $x > 0$.

$$\sigma(x, 0) = \frac{q(x)}{1 + \sin\phi} \quad \text{e} \quad \theta(x, 0) = \frac{\pi}{2} \quad (2.79)$$

$$\xi - \eta = \pi. \quad (2.80)$$

Como o ponto θ_2 pertence a esta fronteira, temos:

$$\sigma_{\theta_2} = \frac{q_0}{1 + \operatorname{sen} \phi} \quad \text{e} \quad \theta_{\theta_2} = \frac{\pi}{2} \quad \text{onde} \quad q_0 = q(x=0) \quad (2.81)$$

Determinemos a variação de σ em $\theta_1 \theta_2$.

Sabemos que $\eta_{\theta_1} = \eta_{\theta_2} = \eta_0$

$$\eta_{\theta_1} = \chi_{\theta_1} - \theta_{\theta_1} = \frac{\cot \phi}{2} \ln \frac{\sigma_{\theta_1}}{K} \quad (2.82)$$

$$\eta_0 = \frac{\cot \phi}{2} \ln \frac{\sigma}{K} - \theta \quad (2.83)$$

De (2.82) e (2.83), obtemos:

$$\sigma = \sigma_{\theta_1} \cdot e^{2\theta \operatorname{tg} \phi} \quad (2.84)$$

$$\sigma_{\theta_2} = \sigma_{\theta_1} \cdot e^{\pi \operatorname{tg} \phi} \quad \text{e} \quad \epsilon_{\theta_2} > \epsilon_{\theta_1} \quad (2.85)$$

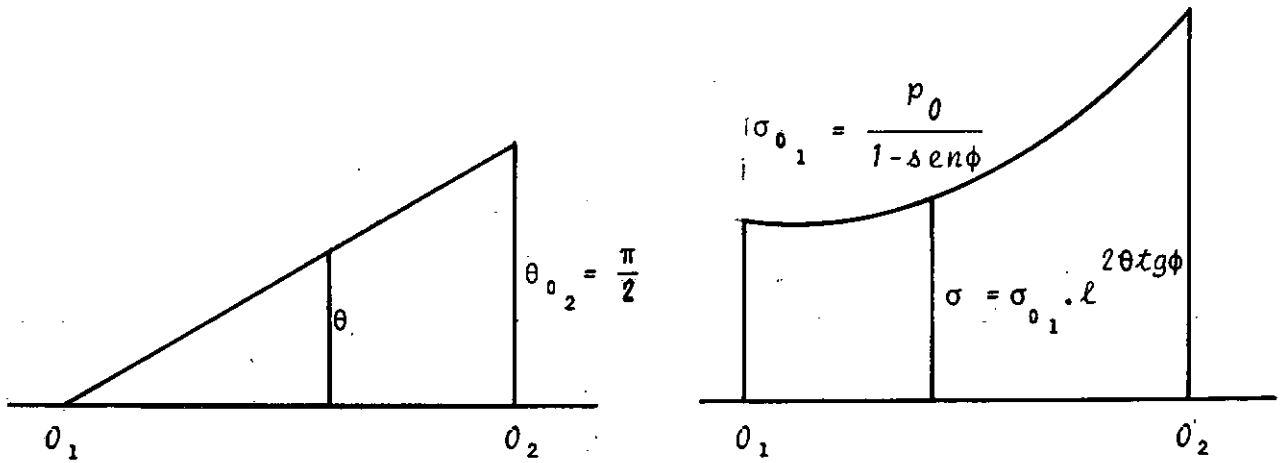
a) Variação de θ em θ .b) Variação de σ em θ .

FIGURA 2.3.16

Concluimos de (2.85) que σ_{0_2} é sempre maior do que σ_{0_1} ou $q_0 > p_0$. Podemos determinar os valores de quaisquer das variáveis no entorno de θ conhecendo o valor de θ , por meio da equação (2.84). Para completar a representação no plano $\xi\eta$ do domínio que nos interessa fazemos a intersecção das características que definem cada ponto. Assim, a representação do ponto A_4 será obtida lembrando que A_4 pertence à reta $\xi - \eta = \pi$, e $\eta_{A_4} = \eta_A$.

Em seguida para que possamos fazer uma análise automática deste problema, executaríamos uma malha da Figura 2.3.15 e calcularíamos as variáveis na intersecção dos pontos da malha projetada (Figura 2.3.17), do seguinte modo:

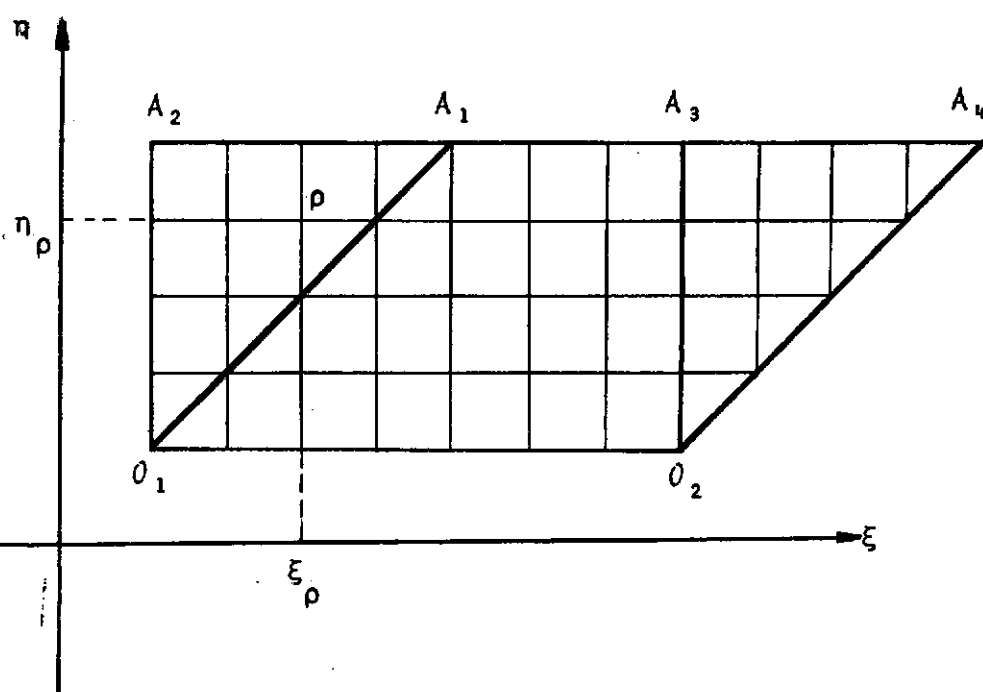


FIGURA 2.3.17

Na região $A_1 O_1 A_2$ (ZONA I) poderemos determinar ξ e η em qualquer ponto da malha resolvendo o problema de Cauchy pois os valores na fronteira $O_1 A_1$ já foram obtidos. No retângulo $O_1 A_2 A_3 O_2$, que corresponde à ZONA II, no plano xz , poderemos obter as variáveis ξ e η em qualquer ponto da malha resolvendo o problema de Goursat, pois que, na característica $O_1 A_2$, os valores foram obtidos pelo problema de Cauchy, e na característica $O_1 A_2$ nós os determinamos pela equação (2.84) e relações de recorrência (2.77), considerando que em cada divisão do segmento $O_1 O_2$ o valor de θ é a interpolação linear entre os valores extremos. (Figura 2.3.16a.).

Finalmente, em $O_2 A_3 A_4$ (ZONA III) a solução é obti

da resolvendo o problema misto, pois que em $O_2 A_4$ $\xi - \eta = \pi$, e na característica $O_2 A_3$ os valores foram obtidos anteriormente pelo problema de Goursat.

Terminada a determinação das variáveis no plano $\xi\eta$ nós poderemos mapear a Figura 2.3.17 no plano xz e obter as linhas de deslizamento (curvas correspondentes a ξ ou η constantes no plano $\xi\eta$). Se tivermos uma curva $\eta_g = \text{const.}$ (Figura 2.3.15) no plano $\xi\eta$, teremos no plano xz uma curva da família das características $\frac{dz}{dx} = \text{tg}(\theta - \epsilon)$ que é uma linha de deslizamento.

Os valores das componentes da tensão em um ponto correspondente a P (Figura 2.3.17) poderão ser determinadas usando as fórmulas de recorrência (2.77) e as coordenadas de P (ξ_p, η_p). Notamos que do ponto O partirá um feixe de características $\xi = \text{constante}$.

A fim de generalizarmos o problema e torná-lo mais real, isto é, determinarmos a distribuição das variáveis ao longo do domínio sem desprezar o peso próprio do solo, e para qualquer distribuição e inclinação de $p(x)$, não poderemos mais representar o domínio no plano $\xi\eta$ facilmente, pois que as linhas de deslizamento não mais se mapearão em linhas paralelas aos eixos coordenados ξ e η , já que a e b não serão

nulos nas equações (2.54) e (2.55). O que faremos será usar o mesmo desenvolvimento anterior, mas determinando diretamente $\sigma(x,z)$ e $\theta(x,z)$ através das equações (2.54) e (2.55) expressas em diferenças finitas. A marcha é a seguinte:

1 - Dividiremos o comprimento de aplicação de $p(x)$, (OA_1) , em um número de partes iguais (N) e consideraremos as características que partem destes pontos de divisão, denominando-as características η de i e as características ξ por j enumeradas conforme a Figura 2.3.18.

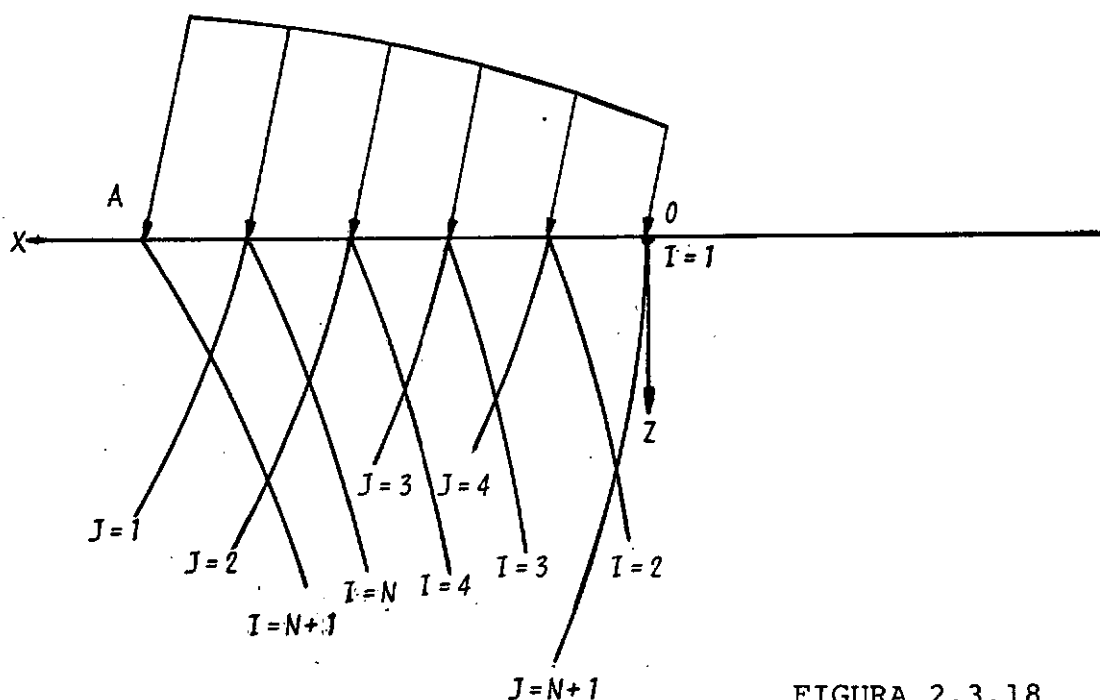


FIGURA 2.3.18

Desta maneira, todos os pontos do maciço, inclusive os das fronteiras, terão coordenadas,

$$p \left\{ \begin{array}{l} x_{ij} \\ z_{ij} \\ \sigma_{ij} \\ \theta_{ij} \end{array} \right.$$

2 - Baseando-nos no ítem 2.3.3, na distribuição de $p(x)$, e no número de divisões consideradas, podemos determinar as coordenadas de todos os pontos da fronteira $A0_1$ e representar os valores obtidos conforme a Tabela 2.3.9.

3 - Em seguida resolvemos o problema de Cauchy e obtemos os valores de tôdas as variáveis nos pontos de intersecção das características (ZONA I).

4 - Dividiríamos o segmento $0_1 0_2$ em um número de partes (KBETA) e calcularíamos o valor de θ em todos os pontos, como a interpolação linear entre os valores extremos. O valor de σ em cada ponto seria obtido pela equação (2.85). Neste segmento os valores de x e z são nulos.

5 - Conhecendo os valores de tôdas as variáveis nas ca

racterísticas 0_1 , 0_2 e $0_1 A_2$ resolvemos o problema de Goursat e obtemos os valores destas variáveis na zona de transição (ZONA II).

6 - Finalmente, os valores da ZONA III são obtidos resolvendo o problema misto a partir dos valores conhecidos na característica $0_2 A_3$ e sabendo que na fronteira $0A_4$ os valores de θ são conhecidos (item 2.3.3) e $z_{ij} = 0$.

Tendo determinado os valores de x_{ij} , z_{ij} , σ_{ij} e θ_{ij} podemos determinar as componentes da tensão em qualquer ponto e, inclusive, traçar a rede de linhas de deslizamento. A Figura 2.3.19 é a representação desta rede traçada automaticamente pelo "PLOTTER" e na Tabela 2.3.20 estão os valores de x_{ij} , z_{ij} , σ_{ij} e θ_{ij} nos pontos de intersecção da rede devido à aplicação de $p(x) = 0$ na fronteira $0A_1$. Em função dos valores de σ_{ij} e θ_{ij} na fronteira $0A_4$, podemos determinar as componentes da tensão, que estão representadas na Tabela 2.3.21 sendo os mesmos valores determinados pelo programa $\{C \cong 1,0 \text{ ton/m}^2 - \phi = 30^\circ - \gamma = 1,5 \text{ ton/m}^3\}$.

2.3.6 - Outros Problemas.

A teoria exposta nos permite resolver também o pro

REPRESENTAÇÃO DAS LINHAS DE DESLIZAMENTO PARA A DISTRIBUIÇÃO DE TENSÕES NO ESTADO DE EQUILÍBRIO LÍMITE-CASO PASSIVO

TESE MARCIO M. SOARES- COPPE-UFRJ

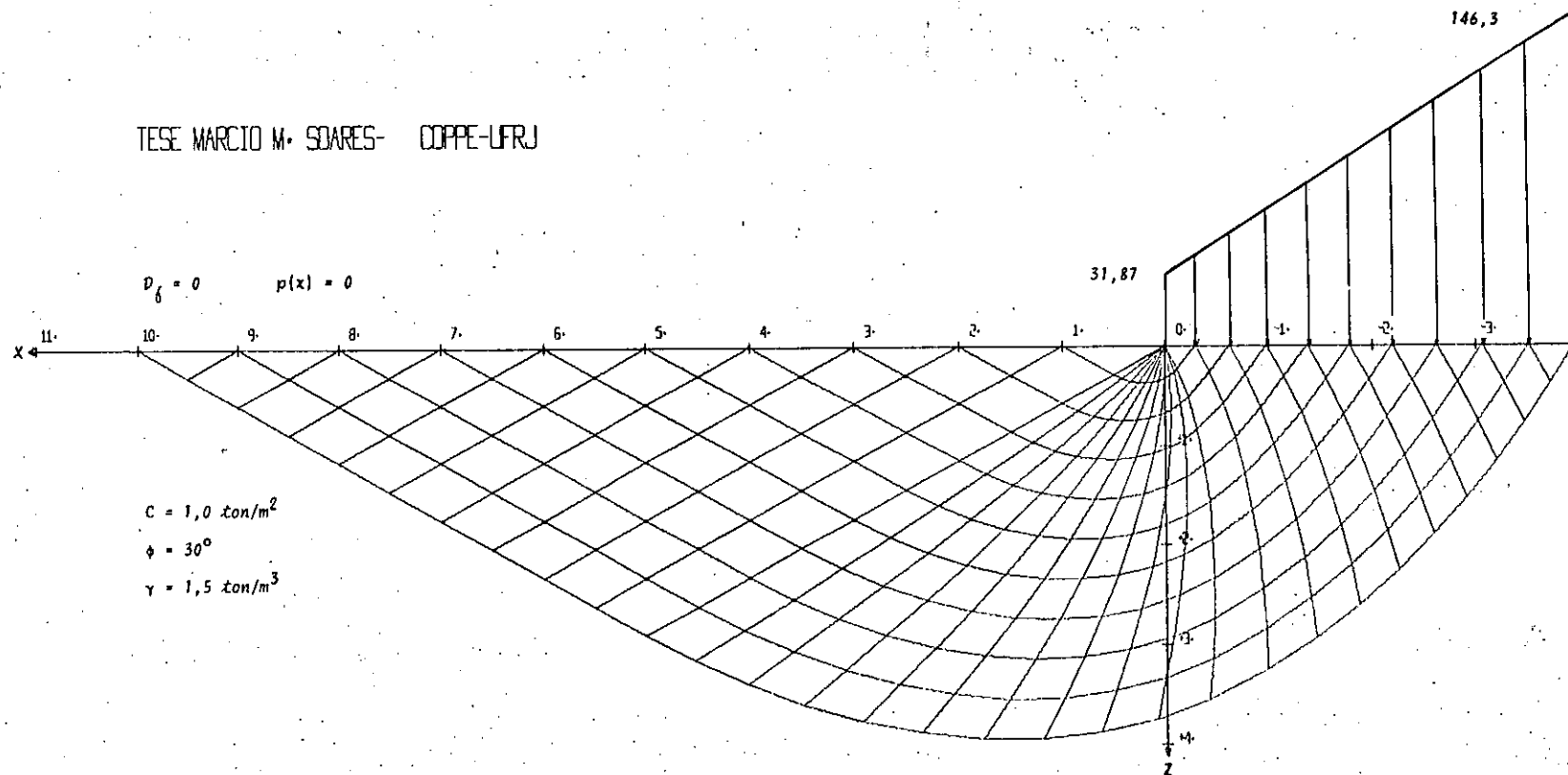


FIGURA 2.3.19

*****PARAMETROS DO SOLO 2*****

COESAO EM TGN/M2----- 1.000
ANGULO DE ATRITO EM GRAUS-30.000
PESC ESPECIFICO EM TGN/M3- 1.500

NUMERO DE CARREGAMENTOS----- 2

***** 1 CARREGAMENTO*****

CARGA PARA X=0. EM TGN/M2 0.000
CARGA PARA X=L EM TGN/M2 0.000
COMPRIMENTO DE APLICACAO DA CARGA EM METRES 10.000

-----OUTROS DETALHES-----

NUMERO DE LINHAS DE DESLIZAMENTO----- 10
NUMERO DE APROXIMACOES PARA CADA PONTO----- 5
PARAMETRO DE SOKOLOVSKII----- 1.
NUMERO DE DIVISOES DO ANGULO NA ZONA DE TRANSICAO----- 10
PARAMETRO NI----- 0

ANGULO DE INCLINACAO DO CARREGAMENTO DADO----- 0.00
ANGULO DE INCLINACAO DO CARREGAMENTO PROCURADO----- 0.00
ANGULO QUE DEFINE O MACICO-----180.00

RESULTADOS DA DETERMINACAO DA DISTRIBUICAO DE TENSORES AO LONGO DAS CARACTERISTICAS--CASO PASSIVO

* J / 1 *	1 *	2 *	3 *	4 *	5 *	6 *	7 *	8 *	9 *	10 *	11 *
* 1 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	10.000*
* 1 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* 1 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	3.464*
* 1 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* 1 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* 2 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	9.000*	9.500*
* 2 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.288*
* 2 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	3.464*	4.330*
* 2 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-0.000*
* 2 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-0.000*
* 3 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	8.000*	8.500*	9.000*
* 3 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.288*	0.577*
* 3 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	3.464*	5.196*
* 3 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-0.000*	-0.000*
* 3 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-0.000*	-0.000*
* 4 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	7.000*	7.500*	7.999*	8.500*
* 4 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.288*	0.577*	0.866*
* 4 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	3.464*	4.330*	5.196*	6.062*
* 4 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-0.000*	-0.000*	-0.000*
* 4 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-0.000*	-0.000*	-0.000*
* 5 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	6.000*	6.500*	7.000*	7.500*	7.999*

15	*	7.156*	8.680*	10.124*	11.510*	12.849*	14.149*	15.418*	16.659*	17.877*	19.075*	20.255*
	*	0.628*	0.540*	0.479*	0.432*	0.395*	0.364*	0.339*	0.318*	0.299*	0.283*	0.269*
	*	36.000*	30.990*	27.449*	24.762*	22.638*	20.907*	19.462*	18.233*	17.172*	16.245*	15.426*
	*	0.000*	0.118*	0.280*	0.475*	0.696*	0.938*	1.197*	1.471*	1.758*	2.056*	2.364*
	*	0.000*	0.365*	0.755*	1.148*	1.543*	1.938*	2.331*	2.722*	3.111*	3.497*	3.881*
16	*	8.579*	10.321*	11.961*	13.528*	15.037*	16.496*	17.914*	19.298*	20.651*	21.977*	23.281*
	*	0.785*	0.685*	0.614*	0.559*	0.515*	0.479*	0.448*	0.422*	0.400*	0.380*	0.362*
	*	45.000*	39.299*	35.200*	32.051*	29.534*	27.464*	25.722*	24.231*	22.936*	21.797*	20.787*
	*	0.000*	0.056*	0.155*	0.287*	0.447*	0.629*	0.831*	1.050*	1.283*	1.528*	1.785*
	*	0.000*	0.354*	0.735*	1.129*	1.529*	1.932*	2.337*	2.741*	3.144*	3.545*	3.945*
17	*	10.285*	12.282*	14.150*	15.928*	17.633*	19.277*	20.870*	22.420*	23.931*	25.410*	26.859*
	*	0.942*	0.833*	0.754*	0.692*	0.642*	0.601*	0.566*	0.536*	0.509*	0.486*	0.465*
	*	54.000*	47.770*	43.222*	39.684*	36.828*	34.459*	32.452*	30.723*	29.213*	27.878*	26.688*
	*	0.000*	0.001*	0.040*	0.112*	0.211*	0.334*	0.477*	0.638*	0.814*	1.004*	1.207*
	*	0.000*	0.332*	0.679*	1.086*	1.485*	1.890*	2.299*	2.710*	3.122*	3.534*	3.946*
18	*	12.130*	14.630*	16.766*	18.791*	20.725*	22.586*	24.384*	26.128*	27.825*	29.482*	31.102*
	*	1.099*	0.983*	0.898*	0.831*	0.776*	0.730*	0.691*	0.657*	0.627*	0.601*	0.577*
	*	61.000*	56.274*	51.472*	47.614*	44.473*	41.846*	39.607*	37.665*	35.961*	34.468*	33.093*
	*	0.000*	-0.045*	-0.040*	-0.046*	-0.006*	0.056*	0.140*	0.242*	0.361*	0.494*	0.640*
	*	0.000*	0.303*	0.650*	1.023*	1.412*	1.812*	2.219*	2.631*	3.046*	3.463*	3.881*
19	*	14.783*	17.444*	19.898*	22.215*	24.421*	26.536*	28.574*	30.547*	32.462*	34.328*	36.150*
	*	1.256*	1.135*	1.045*	0.973*	0.914*	0.865*	0.822*	0.785*	0.752*	0.723*	0.697*
	*	72.000*	65.085*	59.911*	55.798*	52.420*	49.577*	47.137*	45.012*	43.136*	41.464*	39.961*
	*	0.000*	-0.085*	-0.148*	-0.187*	-0.203*	-0.197*	-0.171*	-0.127*	-0.067*	0.006*	0.095*
	*	0.000*	0.271*	0.590*	0.941*	1.314*	1.701*	2.095*	2.505*	2.916*	3.331*	3.749*
20	*	17.723*	20.821*	23.656*	26.320*	28.848*	31.264*	33.586*	35.829*	38.003*	40.115*	42.174*
	*	1.413*	1.289*	1.195*	1.120*	1.058*	1.005*	0.959*	0.920*	0.884*	0.853*	0.824*
	*	81.000*	73.880*	68.562*	64.191*	60.624*	57.603*	54.996*	52.714*	50.691*	48.880*	47.246*
	*	0.000*	-0.116*	-0.221*	-0.307*	-0.374*	-0.423*	-0.453*	-0.466*	-0.463*	-0.446*	-0.416*
	*	0.000*	0.235*	0.523*	0.846*	1.194*	1.561*	1.942*	2.334*	2.734*	3.140*	3.552*
21	*	21.247*	24.874*	28.167*	31.248*	34.160*	36.936*	39.597*	42.160*	44.630*	47.044*	49.384*
	*	1.570*	1.444*	1.347*	1.269*	1.204*	1.149*	1.101*	1.059*	1.022*	0.988*	0.958*
	*	90.000*	82.734*	77.215*	72.754*	69.040*	65.877*	63.134*	60.722*	58.575*	56.647*	54.901*
	*	0.000*	-0.296*	-0.432*	-0.560*	-0.671*	-0.763*	-0.837*	-0.896*	-0.930*	-0.968*	-0.984*
	*	0.000*	0.000*	0.264*	0.581*	0.923*	1.283*	1.658*	2.043*	2.438*	2.840*	3.248*
22	*	0.000*	28.587*	32.323*	35.829*	39.131*	42.268*	45.267*	48.150*	50.932*	53.626*	56.243*
	*	0.000*	1.570*	1.472*	1.392*	1.326*	1.265*	1.219*	1.175*	1.136*	1.101*	1.070*
	*	0.000*	90.000*	84.369*	79.794*	75.974*	72.711*	69.874*	67.373*	65.142*	63.134*	61.310*
	*	0.000*	0.000*	-0.622*	-0.778*	-0.924*	-1.052*	-1.162*	-1.257*	-1.336*	-1.402*	-1.454*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.297*	0.635*	0.990*	1.360*	1.741*	2.131*	2.529*	2.933*
23	*	0.000*	0.000*	25.965*	39.827*	43.478*	46.934*	50.241*	53.408*	56.461*	59.413*	62.276*
	*	0.000*	0.000*	1.570*	1.485*	1.421*	1.363*	1.312*	1.267*	1.228*	1.191*	1.159*
	*	0.000*	0.000*	90.000*	85.350*	81.453*	78.118*	75.215*	72.650*	70.360*	68.295*	66.417*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	-0.984*	-1.154*	-1.314*	-1.456*	-1.582*	-1.692*	-1.788*	-1.871*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.320*	0.673*	1.040*	1.417*	1.804*	2.199*	2.600*
24	*	0.000*	0.000*	0.000*	43.460*	47.414*	51.175*	54.758*	58.190*	61.493*	64.684*	67.775*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	1.570*	1.501*	1.442*	1.390*	1.345*	1.304*	1.267*	1.234*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	90.000*	86.040*	82.656*	79.697*	77.084*	74.747*	72.638*	70.719*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-1.370*	-1.552*	-1.723*	-1.878*	-2.014*	-2.138*	-2.248*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.338*	0.702*	1.078*	1.463*	1.855*	2.254*
25	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	51.642*	55.664*	58.911*	62.592*	66.130*	69.544*	72.849*

	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	1.570*	1.510*	1.458*	1.412*	1.370*	1.337*	1.299*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	90.000*	86.564*	83.563*	80.708*	78.533*	76.382*	74.254*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-1.775*	-1.966*	-2.146*	-2.309*	-2.457*	-2.592*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.351*	0.726*	1.109*	1.500*	1.897*
26	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	58.668*	62.765*	66.681*	70.441*	74.067*	77.575*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	1.570*	1.517*	1.470*	1.429*	1.390*	1.353*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	90.000*	86.964*	84.274*	81.866*	79.641*	77.709*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-2.195*	-2.393*	-2.580*	-2.752*	-2.905*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.362*	0.745*	1.134*	1.530*
27	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	66.386*	70.508*	74.479*	78.306*	82.005*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	1.570*	1.523*	1.480*	1.442*	1.407*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	90.000*	87.282*	84.845*	82.643*	80.636*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-2.626*	-2.830*	-3.024*	-3.202*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.371*	0.766*	1.155*
28	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	74.126*	78.285*	82.303*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-1.570*	1.527*	1.489*	1.453*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	90.000*	87.540*	85.314*	83.285*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-3.067*	-3.276*	-3.475*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.379*	0.773*
29	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	81.902*	86.690*	90.149*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	1.570*	1.531*	1.495*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	90.000*	87.754*	85.705*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-3.515*	-3.729*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.385*
30	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	89.706*	93.921*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	1.570*	1.534*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	90.000*	87.934*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	-3.970*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
31	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	97.536*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	1.570*
	*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	90.000*

TABELA 2.3.20

VALORES DA COORDENADA X E DAS COMPONENTES DA TENSÃO EM CADA PONTO DA FRONTEIRA EXTERNA SIGMAX-SIGMAZ-TAL

* I / J *	1 / 21*	2 / 22*	3 / 23*	4 / 24*	5 / 25*	6 / 26*	7 / 27*	8 / 28*	9 / 29*	10 / 30*	11 / 31*
*X(I,J) *	0.000*	-0.296*	-0.622*	-0.984*	-1.370*	-1.775*	-2.195*	-2.626*	-3.067*	-3.515*	-3.970*
*SIGMAX *	10.623*	14.293*	17.982*	21.730*	25.521*	29.344*	33.193*	37.063*	40.951*	44.853*	48.767*
*SIGMAZ *	31.871*	42.881*	53.947*	65.191*	76.563*	88.032*	99.580*	111.190*	122.853*	134.559*	146.304*
* TALXZ *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*

TABELA 2.3.21

e $Z = \gamma \cdot \cos \alpha$ e as equações (2.52) e (2.53) assumirão as formas:

$$\text{Ao longo da característica} \quad \xi. \frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta + \varepsilon) \quad (a)$$

(2.86)

$$d\sigma + 2\sigma \operatorname{tg} \phi \, d\theta = \frac{\gamma}{\cos \phi} \left[\operatorname{sen}(\alpha + \phi) dx + \cos(\alpha + \phi) dz \right] \quad (b)$$

$$\text{Ao longo da característica} \quad \eta. \frac{dz}{dx} = \operatorname{tg}(\theta - \varepsilon) \quad (a)$$

(2.87)

$$d\sigma - 2\sigma \operatorname{tg} \phi \, d\theta = \frac{\gamma}{\cos \phi} \left[\operatorname{sen}(\alpha - \phi) dx + \cos(\alpha - \phi) dz \right] \quad (b)$$

Notamos que para $\alpha = 0$ retornamos às relações (2.54 e (2.55).

Na fronteira OA_1 , os valores são idênticos aos calculados anteriormente e na fronteira OA_4 , as variáveis θ e σ serão dadas por:

$$\theta = (1 - SK) \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} (SK\Delta - \delta) - \alpha + m\pi \quad (2.88)$$

$$\sigma = \frac{q(x) \operatorname{sen} \Delta}{\operatorname{sen}(\Delta - SK \cdot \delta)} \quad \text{onde} \quad \operatorname{sen} = \frac{\operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen} \phi} \quad (2.89)$$

Desta forma as variáveis $\sigma(x,z)$ e $\theta(x,z)$ poderão ser determinadas seguindo o mesmo roteiro do problema de capacidade de carga e obedecendo às relações (2.86) a (2.89).

No problema de estabilidade de muros de arrimo teremos que considerar somente a fronteira OA_4 e a variação de θ em θ_1, θ_2 (Figura 2.2.23), e no mais, é idêntico ao problema de capacidade de carga.

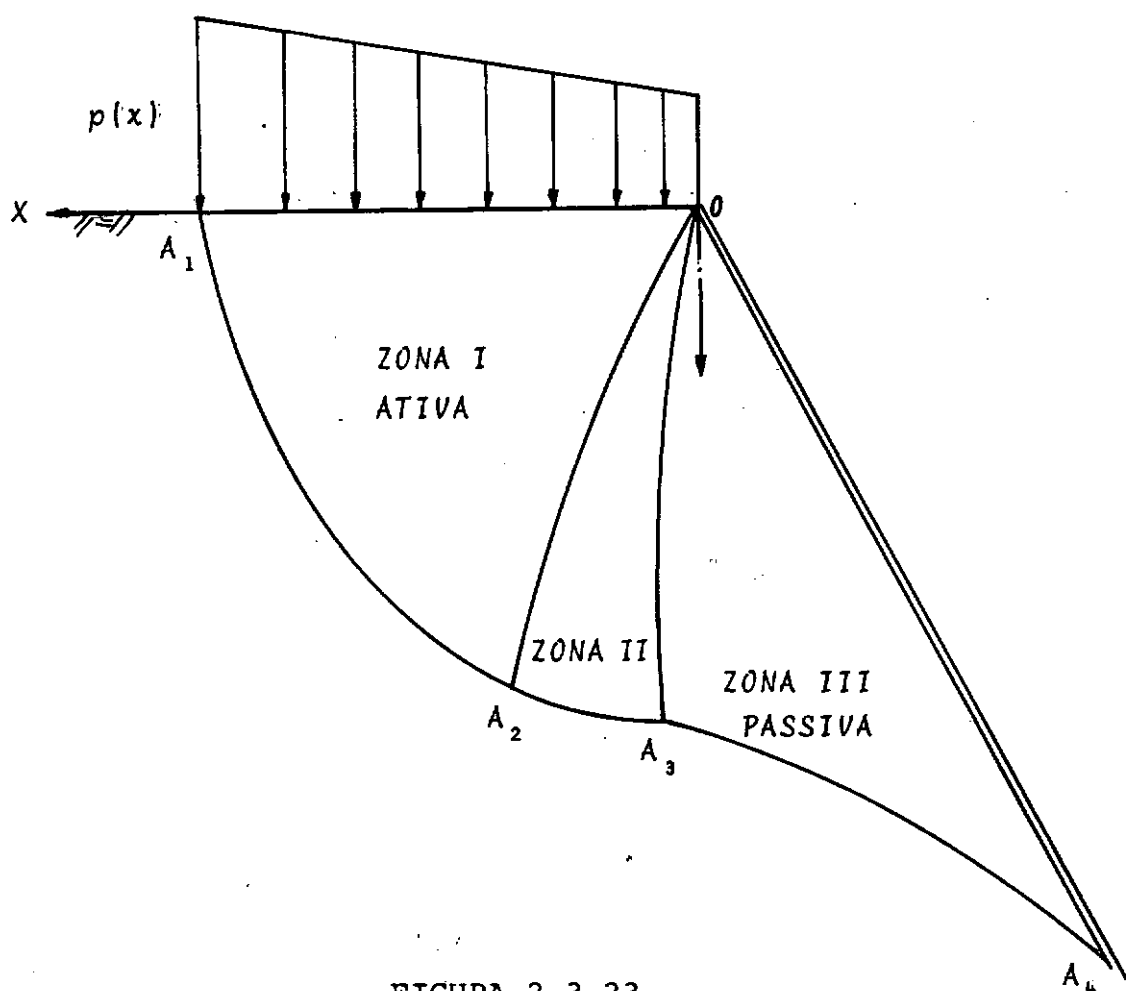


FIGURA 2.3.23

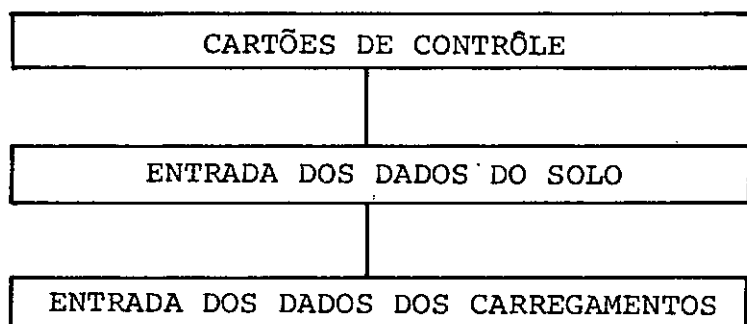
CAPÍTULO 3

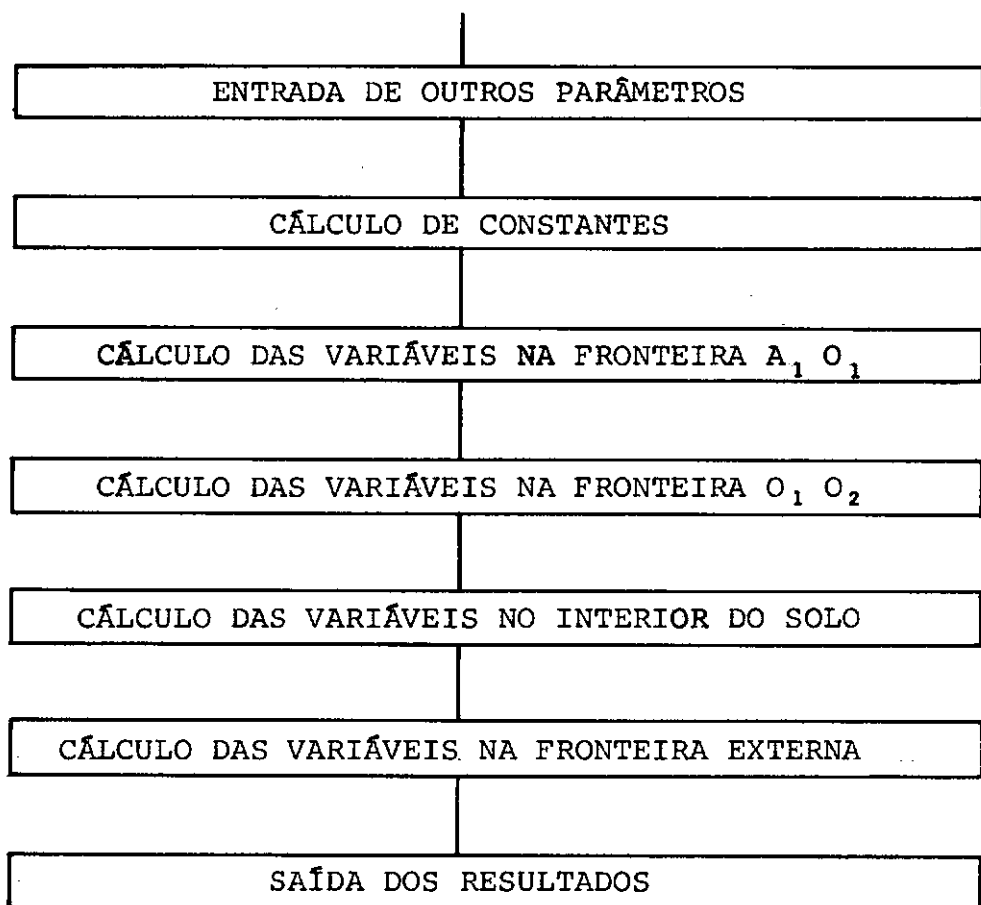
PROGRAMA AUTOMÁTICO, EM LINGUAGEM "FORTRAN", PARA CALCULAR A DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES COM BASE NA TEORIA DE SOKOLOVSKII

3.1 - DESCRIÇÃO GERAL.

O programa é bastante complexo mas basicamente consta da automatização do cálculo da distribuição de pressões em cada ponto do maciço a partir de tensões conhecidas em alguma das fronteiras. Conforme foi mencionado, conseguimos englobar em um único programa a resolução dos três problemas principais de estabilidade na Mecânica dos Solos.

Em síntese, tal programa consta das seguintes partes:





3.2 - LISTA DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS QUE SÃO UTILIZADAS

NS Número de solos nos quais se irá resolver algum problema.

C Coesão do solo em ton/m².

FI e FIRAD Ângulo de atrito interno do solo em graus e radianos, respectivamente.

GAMA Pêso específico do solo em ton/m^3 .

NC Número de problemas a se resolver em cada solo.

ICA Parâmetro que define a maneira de entrada do carregamento dado.

P_1 , P_2 e X_L Variáveis que definem o carregamento real. Conforme a Figura 3.2.1, em ton/m^2 e m , respectivamente.

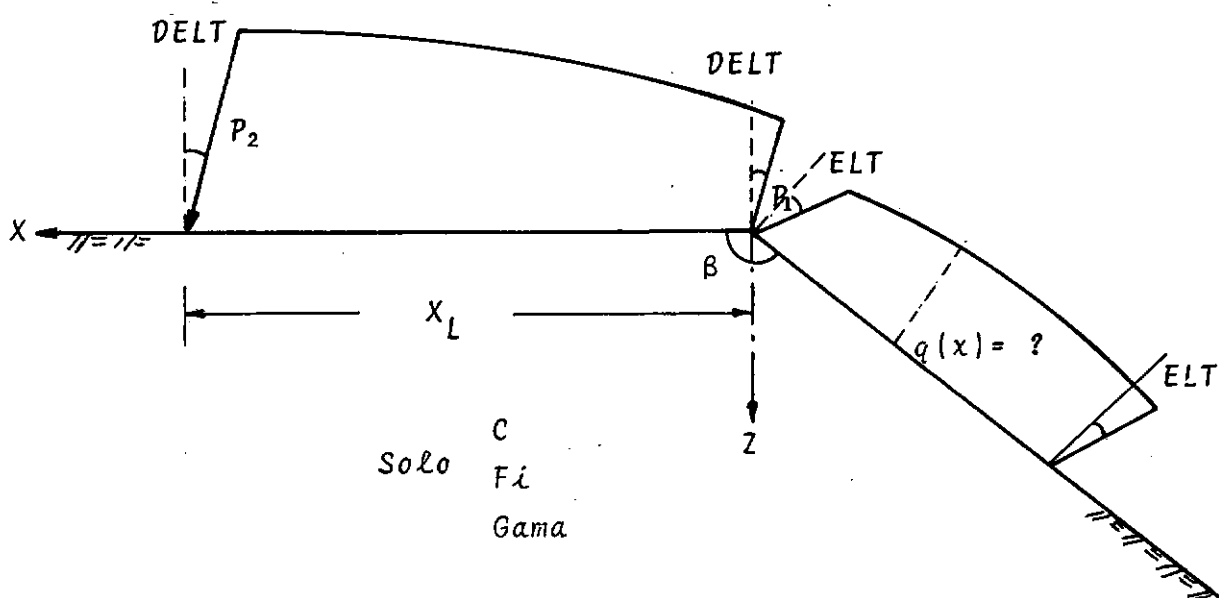


FIGURA 3.2.1

KAP Número de aproximações em cada ponto para o cálculo das variáveis.

SK Parâmetro de Sokolovskii que define o estado de ruptura na zona de aplicação do carregamento dado (ZONA I).

- NI Parâmetro m |equação (2.68)| para cálculo de θ na fronteira.
- KBETA Número de divisões a serem feitas no segmento $\theta_1 \theta_2$.
- N Número de divisões a serem feitas na fronteira $A_1 O$.
- BETA e BETAR ... Ângulo β que define as fronteiras do maciço em graus e radianos, respectivamente.
- DELT e DELTR ... Ângulo de inclinação do carregamento dado em graus e radianos.
- ELT e ELTR Ângulo de inclinação do carregamento procurado em graus e radianos.

X (I,J)	} Coordenadas que definem a posição e as tensões de um ponto de intersecção das características I e J.
Z (I,J)	
SIG(I,J)	
TET(I,J)	

3.3 - ENTRADA DOS DADOS

A ordem de entrada das variáveis que definem os dados e seus respectivos formatos de leitura pode ser obtida através da listagem do programa (item 3.8). As unidades

das variáveis de entrada terão de ser fornecidas no sistema MT^* e os ângulos serão lidos em graus.

A variável ICA define o carregamento dado. Se $ICA > 0$, o carregamento será fornecido através das variáveis que definem o carregamento real P_1 , P_2 e XL . Neste caso, os valores de σ e θ na fronteira serão calculados automaticamente, conforme item 2.3.3, considerando uma variação linear de P_1 a P_2 no comprimento XL . Se $ICA < 0$ os valores de x , z , σ e θ na fronteira OA_1 serão fornecidos. Desta maneira teremos uma maior generalidade pois a distribuição do carregamento poderá ser qualquer. O valor de θ em cada fronteira é constante, acarretando com isto, ângulos de inclinação dos carregamentos em cada fronteira constante ($\Delta \theta = const$ e $\Delta \sigma = constante$).

A variável ICR define a saída dos resultados. Se $ICR > 0$, serão impressos como resultados somente os valores das componentes da tensão na fronteira externa (OA_4). Se $ICR = 0$ será impresso o correspondente a $ICR > 0$ e também a distribuição de σ e θ no maciço. Se $ICR < 0$ será impresso a distribuição de σ e θ no maciço. Recomendamos valores de $N < 20$ devido à facilidade de impressão dos resultados. Maiores esclarecimentos serão fornecidos nos exemplos.

3.4 - CÁLCULO DAS VARIÁVEIS NAS FRONTEIRAS A_1O_1 e O_1O_2 .

O cálculo das variáveis na fronteira A_1O_1 será realizado conforme item 2.3.3. Como já foi dito, nós trabalharemos somente com as variáveis σ e θ que definem o estado de tensão em qualquer ponto do maciço em estado de equilíbrio limite. Devido à importância destas fórmulas nós as repetiremos a seguir.

1º CASO - Quando o carregamento dado não fôr vertical.

(inclinado de δ com a vertical, constante).

$$\theta = (1 - SK) \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} (SK \cdot \Delta - \delta) + m\pi .$$

$$\sigma = \frac{p(x) \operatorname{sen} \Delta}{\operatorname{sen}(\Delta - SK \cdot \delta)} \quad \text{onde} \quad \operatorname{sen} \Delta = \frac{\operatorname{sen} \delta}{\operatorname{sen} \phi}$$

$$SK = \begin{cases} + 1 & - \text{Equilíbrio limite passivo} \\ - 1 & - \text{Equilíbrio limite ativo} \end{cases}$$

m = qualquer número inteiro, para facilidade $m = 0 (NI=0)$.

2º CASO - Quando o carregamento dado fôr vertical ($\delta=0$).

$$\theta = (1 - SK) \frac{\pi}{4} + m\pi$$

$$\sigma = \frac{p(x)}{1 - SK \cdot \sin \phi}$$

Definidas as variáveis σ e θ as componentes da tensão serão:

$$\sigma_x = (1 + \sin \phi \cos 2\theta) - H$$

$$\sigma_z = (1 - \sin \phi \cos 2\theta) - H$$

$$\tau_{xz} = \sigma \cdot \sin \phi \cdot \sin 2\theta$$

Para calcularmos as variáveis na fronteira $0_1 0_2$ nós usaremos as fórmulas deduzidas no item 2.3.4. Para o caso desta fronteira coincidir com uma característica η , temos:

$$\sigma = \sigma_{0_1} \cdot e^{2\theta \tan \phi}$$

O valor de θ será calculado em cada divisão de θ_1, θ_2 , considerando uma variação linear entre os valores extremos de θ em θ_1 e θ_2 calculados pelas fórmulas anteriores.

3.5 - CÁLCULO DAS VARIÁVEIS NO INTERIOR DO MACIÇO.

Automatizamos o cálculo de tal maneira que, se um ponto nodal (ponto intersecção de uma característica η com uma característica ξ) pertence ao interior do maciço, basta rá resolver o problema de Cauchy. O equacionamento e a "feramenta" obtida poderá ser notada pela listagem.

Como a determinação das variáveis em um ponto interno é feita em função dos seus valores em pontos vizinhos, expressando em diferenças finitas as relações válidas ao longo das características, necessitamos recalcular estas variáveis para obtermos valores mais próximos dos reais. Isto nos foi possível usando o procedimento numérico iterativo sugerido por Sokolovskii e, usado por GRAHAM¹¹. O número de iterações para cada ponto é igual ao valor da variável KAP que deverá ser fornecida. Aconselhamos tomar KAP=5, pois que valores superiores a este fornecem o mesmo resultado.

3.6 - CÁLCULO DAS VARIÁVEIS NA FRONTEIRA EXTERNA

A fim de obter as variáveis em um ponto da fronteira externa basta-nos resolver o sistema, considerando que cada ponto pertence a uma das famílias de características e à própria fronteira (Ver, HARR¹³). Como este sistema, de mesma forma, é expresso em diferenças finitas, teremos que fazer as mesmas iterações para que a solução se aproxime o mais possível da verdadeira.

3.7 - SAÍDA DOS RESULTADOS

Como se poderá comprovar pela listagem (Ítem 3.8), mandamos imprimir as características do solo e do carregamento e outros detalhes que caracterizam o problema a resolver.

Os resultados, propriamente ditos, serão fornecidos conforme o valor de ICR . Mas, podemos dizer que, na maioria dos problemas, o que necessitamos são os valores das tensões na fronteira externa. Estes valores serão fornecidos para $ICR > 0$ e em todos os pontos de intersecção das curvas características, da família da qual pertence a linha de ruptura, com a fronteira externa. Em cada ponto são forne

cidos os valores da abscissa e das componentes da tensão normal na direção X e na direção Z , e a tensão cisalhante.

3.8 - LISTAGEM DO PROGRAMA

```

PAGE 1 A 63
// JOB 00FF 10FF A 63 730566
LOG DRIVE CART SPEC CART AVAIL PHY DRIVE
0000 00FF 00FF 0000
0001 10FF 10FF 0000
V2 M09 ACTUAL 32K CONFIG 32K
// FOR ***MARCIO MIRANDA SHARES*** PROGRAM 02 --SUBROUTINE CTRAL
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
SUBROUTINE COP1
COMMON SIS(15,40),X(15,40),Z(15,40),T(15,40),N,NM1,LT2,AMI,GAMA,
ITANF,KAP,LL,TBETA,SENL,SF2,COSA1,COSA2,COSF,X1(15,40),Y1(15,40),
ZALFA,LSO,KBETA,SK
IM=N+5
DX=14./2.55/((Z(NM1,1)+1)
DY=AKS(X(NM1,1)-X(NM1,LSO))
DY=36./2.54/DY*2
WRITE(5,10)DX,DY
10 FORMAT(2F10.5)
IF(DX-DY)265,265,270
265 UC=DX
GO TO 275
270 UC=DY
275 EX1=X1(NM1,1)-2*SIN(ALFA)
EY1=Y1(NM1,1)+2*COS(ALFA)
IE2=Y1(NM1,LSO)-1
WRITE(5,15)IE2
EX2=IE2
IE2=IABS(IE2)
WRITE(5,15)IE2
15 FORMAT(2I5)
CALL SCALF(UC,UC,0.,EX2)
CALL FGRID(1,0.,EX2,1.,IE2)
CALL FPLT(2,EX1,EY1)
CALL FPLT(-3,0.,0.)
CALL FPLT(-2,X1(2,N),Y1(2,N))
LN=NM1+1
LL=NM1+KBETA
DO 290 I=2,NM1
NI1=LN-I
NI2=LL+I-1
DO 290 J=NI1,NI2
CALL FPLT(2,X1(I,J),Y1(I,J))
IF(I=NM1)280,290,290
280 IF(J=NI2)290,285,290
285 CALL FPLT(3,X1(I+1,NI1-1),Y1(I+1,NI1-1))
290 CONTINUE
CALL FPLT(3,X1(N,2),Y1(N,2))
DO 301 J=2,N
NI3=N+2-J
DO 295 I=NI3,NM1
CALL FPLT(2,X1(I,J),Y1(I,J))
295 CONTINUE
CALL FPLT(3,X1(NI3-1,J+1),Y1(NI3-1,J+1))
301 CONTINUE
DO 310 J=NM1,LL
DO 305 I=1,NM1

```

PAGE 2 A 63

```

CALL FPL0T(2,X1(1,J),Y1(1,J))
305 CONTINUE
CALL FPL0T(3,X1(1,J+1),Y1(1,J+1))
310 CONTINUE
CALL FPL0T(3,X1(2,J),Y1(2,J+1))
N14=LL+1
LSP=LSD-1
DO 320 J=N14,LSP
N15=J-LT2
DO 315 I=N15,NM1
CALL FPL0T(2,X1(I,J),Y1(I,J))
315 CONTINUE
CALL FPL0T(3,X1(N15+1,J+1),Y1(N15+1,J+1))
320 CONTINUE
CALL FCHAR(-EX1,EY1,0.1,0.2,-1.57)
IF(ISK)325,325,335
325 WRITE(7,330)
330 FORMAT('REPRESENTACAO DAS LINHAS DE DESLIZAMENTO PARA A DISTRIBUIC
IAO DE TENSORES NO ESTADO DE EQUILIBRIO LIMITE-CASO ATIVO')
GO TO 340
335 WRITE(7,340)
340 FORMAT('REPRESENTACAO DAS LINHAS DE DESLIZAMENTO PARA A DISTRIBUIC
IAO DE TENSORES NO ESTADO DE EQUILIBRIO LIMITE-CASO PASSIVO')
345 EX1=-1-EX1
CALL FCHAR(EX1,EY1,0.1,0.2,-1.57)
WRITE(7,350)
350 FORMAT('TESE MARCIO MIRANDA SOARES--COPPE-UFRJ')
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR CPP1
COMMON 7230 VARIABLES 34 PROGRAM 944

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 00CA (HEX)

END OF COMPILEATION

// DUP

*DELETE CPP1
CARD ID 00FF DB ADDR 2E73 DB CNT 003C

*STORE WS UA CPP1
CARD ID 00FF DB ADDR 2ECA DB CNT 003C

// FOR ***MARCIO MIRANDA SOARES***PROGRAMA 02 SUBROUTINE PASS2

*LIST SOURCE PROGRAM

*ONE WORD INTEGERS

SUBROUTINE PASS2

COMMON SIG(15,40),X(15,40),Z(15,40),TET(15,40),N,NM1,LT2,AMT,GAMA,

ITANF,KAP, LL,TRETA,SEN1,SEN2,COSA1,COSA2,COSF,X1(15,40),Y1(15,40),

2ALFA,LSD,KBETA,SK

TAN(XX)=SIN(XX)/COS(XX)

C CALCULO DA VARIAVEIS PARA O CASO PASSIVO NO INTERIOR DO SOLO

C

DO 100 J=2,LSD

PAGE 3 A 63

```

IF(J-NM1)10,10,12
10 K=N+3-J
GO TO 20
12 K=2
20 DO 100 I=K,NM1
IF(J-I-LT2)13,14,100
13 KK=0
TETI=TET(I,J-1)
TETJ=TET(I-1,J)
SIGI=SIG(I,J-1)
SIGJ=SIG(I-1,J)
31 KK=KK+1
XX=TETJ*AM
XY=TETI*AM
X(I,J)=(Z(I,J-1)-Z(I-1,J))+X(I-1,J)*TAN(XY)-X(I,J-1)*TAN(XY))/(TAN(
1XX)-TAN(XY))
Z(I,J)=Z(I,J-1)+(X(I,J)-X(I-1,J))*TAN(XY)
A1=(COS A1*(Z(I,J)-Z(I-1,J))+SEN2*(X(I,J)-X(I-1,J)))/COSF
B1=(COS A1*(Z(I,J)-Z(I-1,J))+SEN1*(X(I,J)-X(I-1,J)))/COSF
TET(I,J)=(SIN TET(I,J-1)-SIN TET(I-1,J))+2*TANF*(SIGJ*TET(I-1,J)+SIGI*TET(I
1,J-1))+GAMA*(A1-B1))/(2*TANF*(SIGJ+SIGI))
SIG(I,J)=SIG(I-1,J)-2*SIGJ*TANF*(TET(I,J)-TET(I-1,J))+GAMA*A1
IF(KK-KAP)32,32,100
32 TETI=(TET(I,J-1)+TET(I,J))*0.5
TETJ=(TET(I-1,J)+TET(I,J))*0.5
SIGI=(SIG(I,J-1)+SIG(I,J))*0.5
SIGJ=(SIG(I-1,J)+SIG(I,J))*0.5
GO TO 31

```

CALCULO DAS VARIÁVEIS NA FRONTEIRA LIMITE --CASO PASSIVO

```

14 TET(I,J)=TET(I,LL)
XY=TET(I,J-1)-AM1
TXY=TAN(XY)
X(I,J)=(Z(I,J-1)-Z(I-1,J-1))+X(I-1,J-1)*TBETA-X(I,J-1)*TXY)/(TBETA-
1TXY)
Z(I,J)=Z(I-1,J-1)+(X(I,J)-X(I-1,J-1))*TBETA
B1=(COS A1*(Z(I,J)-Z(I-1,J-1))+SEN1*(X(I,J)-X(I-1,J-1)))/COSF
KK=0
SIGI=SIG(I,J-1)
33 KK=KK+1
SIG(I,J)=SIG(I,J-1)+2.*SIGI*TANF*(TET(I,J)-TET(I,J-1))+GAMA*B1
IF(KK-KAP)34,34,100
34 SIGI=(SIG(I,J-1)+SIG(I,J))*0.5
GO TO 33
100 CONTINUE
RETURN
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS

CORE REQUIREMENTS FOR PASS2

COMMON 7230 VARIABLES

40 PROGRAM

686

RELATIVE ENTRY POINT ADDRESS IS 0042 (HEX)

END OF COMPILATION

PAGE 4 A 63

// DUP

```
*DELETE PASS2
CART ID 00FF DB ADDR 2E73 DB CNT 0033
```

```
*STORE WS UA PASS2
CART ID 00FF DB ADDR 2E03 DB CNT 0033
```

// FOR ***MARCIO MIRANDA SOARES*** PROGRAMA 02

*LIST SOURCE PROGRAM

*100S(250)HEADER(1403)PRTINTER(2)PRTTER(1)

*COME ANDD INTERMS

```
DIMENSION TETA(15,40),M(15),SIGX(15),SIGY(15),TAL(15),XP(15)
COMMON SIG(15,40),XC(15,40),Z(15,40),TET(15,40),N,NM1,LT2,AMI,GAMA,
1TANF,KAP,UL,TBETA,SENI,SENZ,COS41,COS42,COSF,X1(15,40),Y1(15,40),
ZALFA,LSO,KBETA,SK
TAN(A)=SIN(A)/COS(A)
```

C-----ENTRADA DE DADOS DO SOLO

IW=5

IRE=8

WRITE(IW,1)

```
1 FORMAT(1H1,'1101(*)',,' PROGRAMA DE ENGENHARIA CIVIL-AREA MECANICA
1 DOS SOLOS',46X,'COPPE-UFRJ',//10X,'DETERMINACAO DA DISTRIBUICAO D
2E TENSOES EM UM MACICO AO LONGO DAS CARACTERISTICAS',/10X,'TESE-MA
3RCIO MIRANDA SOARES')
```

READ(IRE,5)NS

5 FORMAT(15)

DO 300 NKK=1,NS

READ(IRE,10)C,F1,GAMA

10 FORMAT(3F10.5)

WRITE(IW,15)C,F1,GAMA

```
15 FORMAT(//1101('-'),/30X,101('*'),'PARAMETROS DO SOLO',101('*'),//30X,
1'COESAO EM TON/M2',101('-'),F6.3,/30X,'ANGULO DE ATRITO EM GRAUS-',
2F6.3,/30X,'PESO ESPECIFICO EM TON/M3-',F6.3)
```

C-----ENTRADA DE DADOS DO CARREGAMENTO

READ(IRE,20)INC

20 FORMAT(15)

WRITE(IW,25)INC

25 FORMAT(/30X,'NUMERO DE CARREGAMENTOS---',I3)

DO 300 NK=1,NC

READ(IRE,30)ICA,ICR,ICP

30 FORMAT(3I5)

IF(ICA)50,50,35

35 READ(IRE,40)P1,P2,XL

40 FORMAT(6F10.5)

WRITE(IW,45)NK,P1,P2,XL

```
45 FORMAT(/,1101('-'),/401('*'),I2,' CARREGAMENTO',401('*'),//40X,'CARG
1A PARA X=0. EM TON/M2',F6.3,/40X,'CARGA PARA X=L EM TON/M2',F7.3,/
240X,'COMPRIMENTO DE APLICACAO DA CARGA EM METROS',F7.3,/) )
```

C-----ENTRADA DE OUTRAS CARACTERISTICAS

50 READ(IRE,55)N,KAP,SK,KBETA,NI

55 FORMAT(2I5,F10.5,2I5)

WRITE(IW,60)N,KAP,SK,KBETA,NI

60 FORMAT(501('-'),'OUTROS DETALHES',451('-'),/40X,'NUMERO DE LINHAS DE

PAGE 5 A 63

```

1 DESLIZAMENTO*,19('---'),13./40X,'NUMERO DE APROXIMACOES PARA CADA P
2 ONTO*,13('---'),13./40X,'PARÂMETRO DE SIKOLOVSKII*,27('---'),F3.0./40X
3,'NUMERO DE DIVISOES DO ÂNGULO NA ZONA DE TRANSICAO---',13./40X,'PA
4 RÂMETRO NI*,39('---'),13/)
  READ(IKE,61)DELT,ELT,BETA
61 FORMAT(3F10.5)
  WRITE(IW,62)DELT,ELT,BETA
62 FORMAT(40X,'ÂNGULO DE INCLINACAO DO CARREGAMENTO DAQO*,6('---'),F6.2
  1./40X,'ÂNGULO DE INCLINACAO DO CARREGAMENTO PROCURADO-',F6.2./40X
  3,'ÂNGULO QUE DEFINE O MACIÇO',21('---'),F6.2//)

```

C-----CALCULO DAS CONSTANTES

```

PI=3.141592653589793
PI1=PI/180
FIRAD=PI/4
BETAR=PI/4
TBETA=TAN(BETAR)
ALFA=PI-BETAR
COSF=COS(FIRAD)
SINF=SIN(FIRAD)
COSAL=COS(ALFA-FIRAD)
COSAZ=COS(ALFA+FIRAD)
SEN1=SIN(ALFA-FIRAD)
SEN2=SIN(ALFA+FIRAD)
DELTR=PI1*DELT
TANF=TAN(FIRAD)
H=C/TANF
AMI=PI/4.-FIRAD*0.5
NMI=N+1
LSD=2*N+1+KBETA
LT2=N+KBETA
SIND=SIN(DELTR)/SINF
TAND=SIND/SQRT(1.-SIND**2)
DELTA=ATAN(TAND)
ELTR=PI1*ELT
SINDE=SIN(ELTR)/SINF
TANDE=SINDE/SQRT(1.-SINDE**2)
DELTE=ATAN(TANDE)

```

C-----ANULAMENTO DAS VARIÁVEIS *****

```

DO 65 I=1,NMI
DO 65 J=1,LSD
X(I,J)=0.
Z(I,J)=0.
SIG(I,J)=0.
TET(I,J)=0.

```

65 CONTINUE

C-----CALCULO DAS VARIÁVEIS NA FRONTEIRA A--O1

```

IF(ICA)95,95,70.
70 DO 90 I=1,NMI
  J=N+2-I
  XI(I,J)=XL/N*(I-1)
  SIGZO=(PI1*(PI2-PI1)/XL*X(I,J))*COS(DELTR)
  PL=SIGZO+H
  IF(DEL)75,80,75
75 SIG(I,J)=PL*SIND/SIN(DELTA-SK*DELTR)
  TET(I,J)=(1-SK)*PI/4.+0.5*(SK*DELTA-DELTR)+NI*PI

```

PAGE 6 A 63

```

GO TO 85
80 SIG(I,J)=PI/(1-SK*5*INF)
TET(I,J)=(1-SK)*PI/4.*N1*PI
85 Z(I,J)=0.
90 CONTINUE
GO TO 110
95 DO 105 I=1,NM1
J=N+2-I
READ(IRE,100)X(I,J),Z(I,J),SIG(I,J),TET(I,J)
100 FORMAT(4F80.5)
105 CONTINUE
C-----CALCULO DAS VARIAVEIS NA FRONTEIRA 01-02
C
110 LN=NM1+1
LL=NM1+K*DELTA
DET=SETA-PI*0.5-0.5*SK*(COS(2-DELTA)+ELTR+DELTRI)
DO 115 J=LN,LL
TET(I,J)=TET(I,NM1)+DET*(J-LN)/K*DELTA
SIG(I,J)=SIG(I,NM1)*2.71828**((PI*0.5*(1-SK)+SK*2.*TET(I,J))*TANF)
X(I,J)=X(I,NM1)
Z(I,J)=0.
115 CONTINUE
C
C-----CALCULO DAS VARIAVEIS NO INTERIOR DO SOLO
C
IF(SK)120,300,175
120 DO 170 J=2,LSO
IF(I-NM1)125,125,130
125 K=N+3-J
GO TO 135
130 K=2
135 DO 170 I=K,NM1
IF(J-I-LT2)140,155,170
140 KK=0
TETI=TET(I,J-1)
TETJ=TET(I-1,J)
SIGI=SIG(I,J-1)
SIGJ=SIG(I-1,J)
145 KK=KK+1
XX=TETI+AMT
XY=TETJ-AMI
TXX=TAN(XX)
TXY=TAN(XY)
X(I,J)=(Z(I-1,J)-Z(I,J-1)+X(I,J-1)*TXX-X(I-1,J)*TXY)/(TXX-TXY)
Z(I,J)=Z(I,J-1)+X(I,J)-X(I,J-1)*TXX
C1=(COSA1*(Z(I,J)-Z(I-1,J))+SEN1*(X(I,J)-X(I-1,J)))/COSF
D1=(COSA2*(Z(I,J)-Z(I,J-1))+SEN2*(X(I,J)-X(I,J-1)))/COSF
TET(I,J)=(SIG(I,J-1)-SIG(I-1,J)+2*TANF*(SIGI*TET(I,J-1)+SIGJ*TET(I-1,J))+GAMA*(D1-C1))/(2*TANF*(SIGI+SIGJ))
SIG(I,J)=SIG(I-1,J)+2*SIGJ*TANF*(TET(I,J)-TET(I-1,J))+GAMA*C1
IF(KK-KAP)150,150,170
150 TETI=(TET(I,J-1)+TET(I,J))*0.5
TETJ=(TET(I-1,J)+TET(I,J))*0.5
SIGI=(SIG(I,J-1)+SIG(I,J))*0.5
SIGJ=(SIG(I-1,J)+SIG(I,J))*0.5
GO TO 145

```

C----- CALCULO DAS VARIAVEIS NA FRONTEIRA EXTERNA

PAGE 7 A 63

```

155 TET(I,J)=TET(I,LL)
XX=TET(I,J-1)*AM1
TX=TX+(X(I,J)-Z(I,J-1)-Z(I-1,J-1)+X(I-1,J-1)*TBETA-X(I,J-1)*TX)/(TBETA-
1TXX)
Z(I,J)=Z(I-1,J-1)+X(I,J-1)-X(I-1,J-1)*TBETA
DI=(COSA2*(Z(I,J)-Z(I-1,J-1))+SEN2*(X(I,J)-X(I-1,J-1)))/COSF
KK=0
SIGI=SIG(I,J-1)
160 KK=KK+1
SIGI(J)=SIG(I,J-1)+2*SIGI*TAPE*(TET(I,J)-TET(I,J-1))+GAMA*DI
IF(KK-KAP)165,165,170
165 SIGI=(SIG(I,J-1)+SIGI(J))/0.5
GO TO 160
170 CONTINUE
GO TO 180
175 CALL PASS2
180 DO 185 I=1,NM1
M(I)=1
DO 185 J=1,20
TETA(I,J)=TET(I,J)/PI1
Y(I,J)=X(I,J)*COS(ALFA)-Z(I,J)*SIN(ALFA)
X(I,J)=-X(I,J)*SIN(ALFA)-Z(I,J)*COS(ALFA)
185 CONTINUE

```

C-----CALCULO DAS COMPONENTES DA TENSÃO NA FRONTEIRA EXTERNA *****

```

DO 186 I=1,NM1
J=I+LT2
TETMA=(TET(I,J)+ALFA)*2.
COST=COS(TETMA)
SINT=SIN(TETMA)
SIGX(I)=SIG(I,J)*(1+SINF*COST)-H
SIGY(I)=SIG(I,J)*(1-SINF*COST)-H
TAL(I)=SIG(I,J)*SINF*SINT

```

176 CONTINUE

C-----SAIDA DOS RESULTADOS

```

IF(SK)190,300,200
190 WRITE(IW,195)
195 FORMAT(109('**'),//,13X,'RESULTADOS DA DETERMINACAO DA DISTRIBUICAO
1 DE TENSÕES AO LONGO DAS CARACTERISTICAS-- CASO ATIVO',//109('**'))
GO TO 209
200 WRITE(IW,205)
205 FORMAT(109('**'),//,13X,'RESULTADOS DA DETERMINACAO DA DISTRIBUICAO
1 DE TENSÕES AO LONGO DAS CARACTERISTICAS--CASO PASSIVO',//109('**'))
209 IF(I)210,210,261
210 IF(N-10)215,215,245
215 WRITE(IW,220)(M(I),I=1,NM1)
220 FORMAT(1X,'* J / ( *,11(3X,12,3X,'**'))
WRITE(IW,225)
225 FORMAT(109('---'))
DO 240 J=1,LSO
WRITE(IW,230)(X(I,J),I=1,NM1)
WRITE(IW,235)J,(Z(I,J),I=1,NM1)
WRITE(IW,230)(SIG(I,J),I=1,NM1)
WRITE(IW,230)(TET(I,J),I=1,NM1)
WRITE(IW,230)(TETA(I,J),I=1,NM1)
WRITE(IW,225)

```

PAGE 8 A 63

230 FORMAT(1X,'*',7X,'*',11(F8.3,'*'))

235 FORMAT(1X,'*',14,3X,'*',11(F8.3,'*'))

240 CONTINUE

GO TO 260

245 DO 260 J=1,NM1

WRITE(IW,250)(X(I,J),I=1,NM1)

WRITE(IW,250)(Z(I,J),I=1,NM1)

WRITE(IW,250)(SIG(I,J),I=1,NM1)

WRITE(IW,250)(TET(I,J),I=1,NM1)

WRITE(IW,250)(TET(I,J),I=1,NM1)

WRITE(IW,250)

250 FORMAT(20F8.2)

255 FORMAT(1X,120('***'))

260 CONTINUE

C-----SAIDA DOS VALORES DA CAPACIDADE DE CARGA

C

IF(IGR)262,261,261

261 WRITE(IW,270)

270 FORMAT(1X,14X,'VALORES DOS TENSORES NA FRONTEIRA EXTERNA',/)

DO 290 I=1,NM1

J=I+LT2

XP(I)=X(I,J)

270 CONTINUE

K=1

L=N/2

271 WRITE(IW,275)(XP(I),I=K,L)

WRITE(IW,275)(SIGX(I),I=K,L)

WRITE(IW,275)(SIGY(I),I=K,L)

WRITE(IW,275)(TAL(I),I=K,L)

275 FORMAT(3X,10F11.2)

WRITE(IW,276)

276 FORMAT(/109('***'))

IF(L-NM1)277,262,262

277 K=L+1

L=NM1

GO TO 271

282 IF(IGP)280,300,280

280 CALL CPP1

300 CONTINUE

CALL EXIT

END

FEATURES SUPPORTED

NONE WORD INTEGERS

IUCS

CORE REQUIREMENTS FOR

COMMON 7230 VARIABLES 1448 PROGRAM 2978

END OF COMPILATION

// XEQ

DETERMINAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE TENSOES EM UM MACICO AO LONGO DAS CARACTERISTICAS
TESS-MARCIO MIRANDA SOARES

*****PARAMETROS DO SOLI*****

COESÃO EM TON/M²----- 0.400

ÂNGULO DE ATRITO EM GRAUS-35.500

PESO ESPECÍFICO EM TON/M³- 1.670

NÚMERO DE CARREGAMENTOS--- 1

***** 1 CARREGAMENTO*****

CARGA PARA X=0. EM TON/M² 0.835CARGA PARA X=L EM TON/M² 0.835

CUMPRIMENTO DE APLICAÇÃO DA CARGA EM METROS 10.000

-----OUTROS DETALHES-----

NÚMERO DE LINHAS DE DESLIZAMENTO----- 10

NÚMERO DE APROXIMAÇÕES PARA CADA PONTO----- 5

PARÂMETRO DE SOKOLOVSKI----- 1.

NÚMERO DE DIVISÕES DO ÂNGULO NA ZONA DE TRANSIÇÃO-- 10

PARÂMETRO NI----- 0

ÂNGULO DE INCLINAÇÃO DO CARREGAMENTO DADO----- 0.00

ÂNGULO DE INCLINAÇÃO DO CARREGAMENTO PROCURADO-- 0.00

ÂNGULO QUE DEFINE O MACICO-----180.00

RESULTADOS DA DETERMINAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE TENSOES AO LONGO DAS CARACTERISTICAS--(CASO PASSIVO)

* J / I *	1 *	2 *	3 *	4 *	5 *	6 *	7 *	8 *	9 *	10 *	11 *
* 1 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	10.000*
* *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* 2 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* 3 *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*
* *	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*	0.000*

CAPÍTULO 4

EXEMPLOS DOS DIVERSOS PROBLEMAS PRÁTICOS

E CONSIDERAÇÕES DOS RESULTADOS

4.1 -- CAPACIDADE DE CARGA

4.1.1 - Generalidades

Antes de apresentarmos os resultados obtidos pela teoria exposta, faremos algumas considerações sobre as diversas teorias existentes.

A maioria das teorias que tratam do problema de capacidade de carga admitem superfícies de ruptura que via de regra são cinematicamente impossíveis. Os valores fornecidos pelas diversas teorias diferem consideravelmente entre si, já que são diferentes as hipóteses nas quais se baseiam.

K. TERZAGHI³⁰ (1943) propôs a seguinte equação para determinação da capacidade de carga de uma fundação corrida carregada verticalmente.

$$q_f = C.N_c + \gamma.D_f.N_q + 0,5.\gamma B N_\gamma \quad (4.1)$$

onde C = coesão do solo, B = largura da fundação, D_f = profundidade da fundação, γ = peso específico do solo e N_c , N_q e N_γ são os fatores de capacidade de carga de Terzaghi, que dependem exclusivamente do ângulo de atrito interno do solo. Para que possamos, posteriormente, fazer alguns comentários, daremos o significado da capacidade de carga segundo Terzaghi. Na Figura 4.1.1, q_f será a carga máxima uniformemente distribuída que poderá ser aplicada ao solo através da sapata de largura B , de maneira que não ocorra ruptura do solo. Caso haja uma camada de solo com espessura D_f acima da base da fundação, q_f será a carga máxima que poderá ser aplicada de maneira que a carga $\gamma.D_f$ possa impedir a ruptura, havendo, portanto, uma dependência entre q_f e D_f (ou γD_f).

BRINCH HANSEN* (1952 a 1960) estendeu a equação de Terzaghi introduzindo o fator de forma s , o fator de profundidade d e o fator de inclinação i , de maneira que, a capacidade de carga seria dada pela equação:

$$q_f = C.N_c.s_c.d_c.i_c + \gamma.D_f.N_q.s_q.d_q.i_q + 0,5 \gamma B N_\gamma s_\gamma d_\gamma i_\gamma \quad (4.2)$$

Os valores de todos os fatores que definem a capacidade de carga podem ser encontrados, por exemplo, em BOWLES³ (1969).

BALLA (1962) determinou a seguinte equação geral para a capacidade de carga considerando uma figura de ruptura mecânicamente possível.

$$q_f = C.(tg\phi + \delta F_6) + \gamma.D_f.(1 + \delta F_5) + 0,5 \gamma B \delta (\delta F_4 + F_5 tg\phi)$$

(4.3)

na qual os coeficientes F são somente funções de ϕ (ângulo de atrito interno do solo), enquanto que o parâmetro δ é função do mesmo ϕ e das relações adimensionais $D_f/(B/2)$ e $C(B/2)\gamma$. Em outras palavras, Balla verificou que os fatores de capacidade de carga fornecidos por Terzaghi não eram somente funções de ϕ mas também de D_f , B , C e γ .

A teoria de Sokolovskii também nos permite determinar a capacidade de carga de uma maneira indireta, baseando-nos na definição da capacidade de carga de um solo. Nós procuraremos o valor do carregamento $q(x)$ que poderá ser aplicado ao longo do semi-eixo negativo dos x de maneira que o carregamento $p(x)$, impeça o movimento de deslizamento. Prã

ticamente, o carregamento $p(x)$ é o valor da carga equivalente à camada de solo superior à base da fundação (Figura 4.1.1).

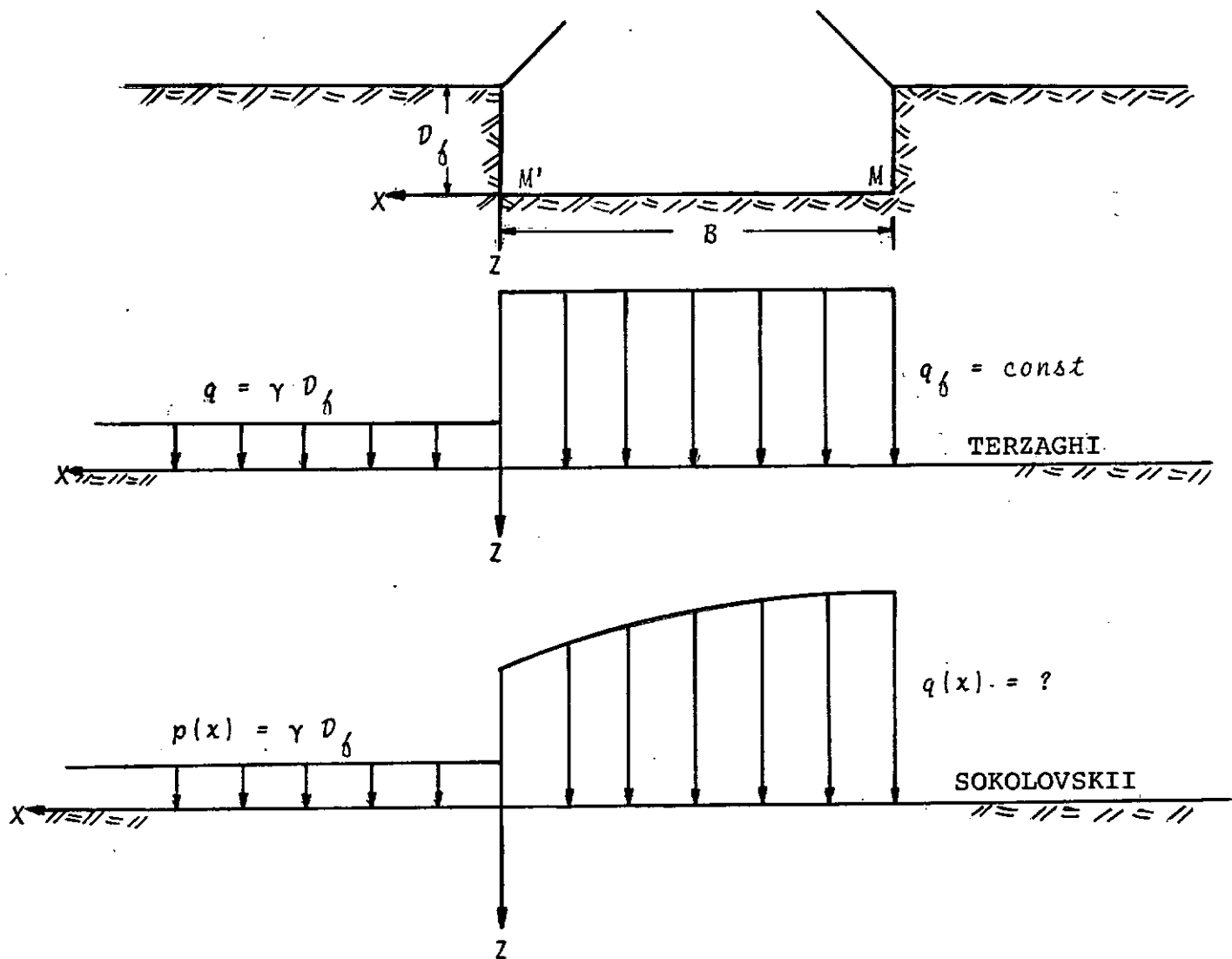


FIGURA 4.1.1

Para resolvermos este problema nós teremos que delimitar o comprimento do carregamento $p(x)$ de maneira a termos a superfície de ruptura passando por M (praticamente, este comprimento é cerca de 4 a 5 vezes a largura B da fundação). Fornecidos os valores que definem o solo (C , ϕ , γ), o carregamento (P_1 , P_2 e XL) e as características do problema - estado passivo na zona de aplicação de $p(x)$ - obtemos o carregamento $q(x)$ procurado seguindo o roteiro anteriormente discutido.

4.1.2 - Exemplos.

Procuremos o valor da capacidade de carga de um solo definido pelos parâmetros $C = 1,0 \text{ t/m}^2$, $\phi = 30^\circ$ e $\gamma = 1,5 \text{ t/m}^3$, pela teoria de Sokolovskii, fazendo as diversas hipóteses possíveis.

1º) Supondo, primeiramente, que iremos projetar uma sapata contínua na superfície do solo ($\nu_f = 0$).

a) Inicialmente, desprezaremos o peso próprio do solo.

Neste caso entraremos com os valores dos parâmetros

do solo definindo o peso específico do solo como sendo nulo. Como a sapata é superficial o carregamento real é nulo ($P_1 = P_2 = 0$) e tomaríamos o comprimento de aplicação XL próximo a 5 vezes a largura da sapata. As outras características que definem o problema e que permitem uma aproximação maior nos resultados, também serão fornecidos. O número de divisões (N) no comprimento de aplicação de $p(x)$, do qual também dependerá a aproximação dos resultados deve ser tomado menor do que 20, face a dificuldades na impressão dos resultados.

Em resumo, fornecendo em cartões perfurados na ordem abaixo e nos formatos correspondentes à listagem.

```

NS = 1
C = 1.      FI = 30.      GAMA = 0.
NC = 1
ICA = 1      ICR = 1
P1 = 0.      P2 = 0.      XL = 10.
N = 10      KAP = 5      SK = 1.      KBETA = 10      NI=0
DELT = 0.    ELT = 0      BETA = 180.

```

obtemos os resultados que nos permitem traçar a Figura 4.1.2,

na qual temos os valores das tensões σ_z na fronteira externa ($x < 0$) que é o valor da capacidade de carga.

Refazendo os cálculos, alterando apenas o número de aproximações KAP e fazendo-o variar de 5 a 15, nós verificamos que o resultado para todos os casos é o mesmo e igual a $31,8 \text{ t/m}^2$.

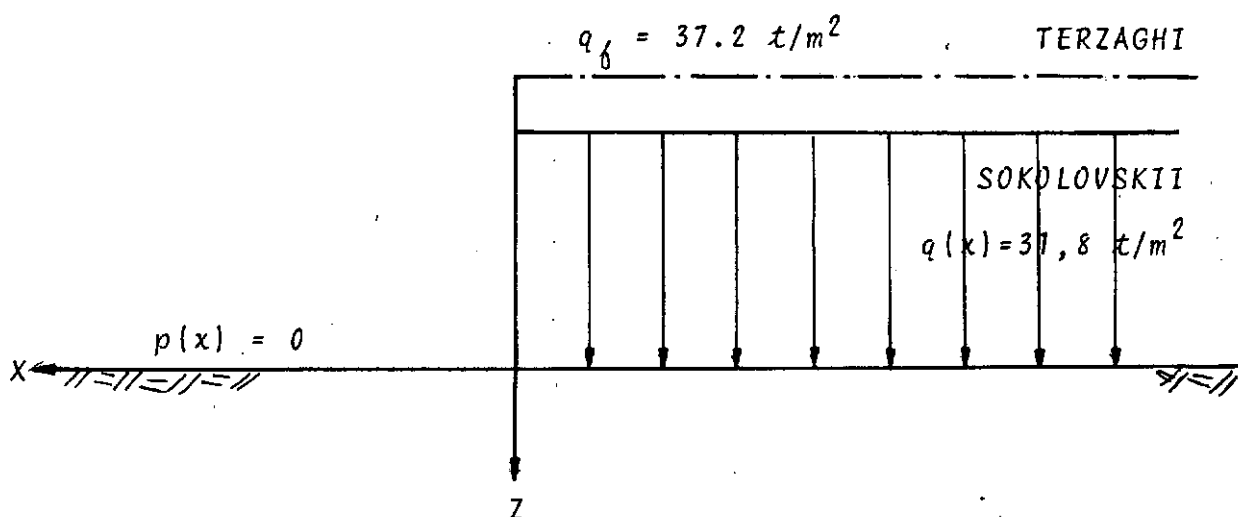


FIGURA 4.1.2

Determinando a capacidade de carga fornecida pela equação de Terzaghi (4.1) encontramos o valor $q_f = 37,2 \text{ t/m}^2$.

De acôrdo com as teorias de Sokolovskii e de Terzaghi, observamos que, ao desprezarmos o pêsso próprio do solo, a capacidade de carga independe da largura da fundação e o

valor dado pela primeira teoria é menor que o fornecido pela segunda.

b) Agora, consideraremos o peso próprio do solo, e os dados a fornecer serão os mesmos vistos anteriormente, só alterando o cartão que define o solo, que será:

$$C = 1. \quad FI = 30. \quad GAMA = 1.5$$

Nestas condições, obteremos os resultados que são os fornecidos na Tabela 2.3.20 e que nos permite traçar a Figura 4.1.3.

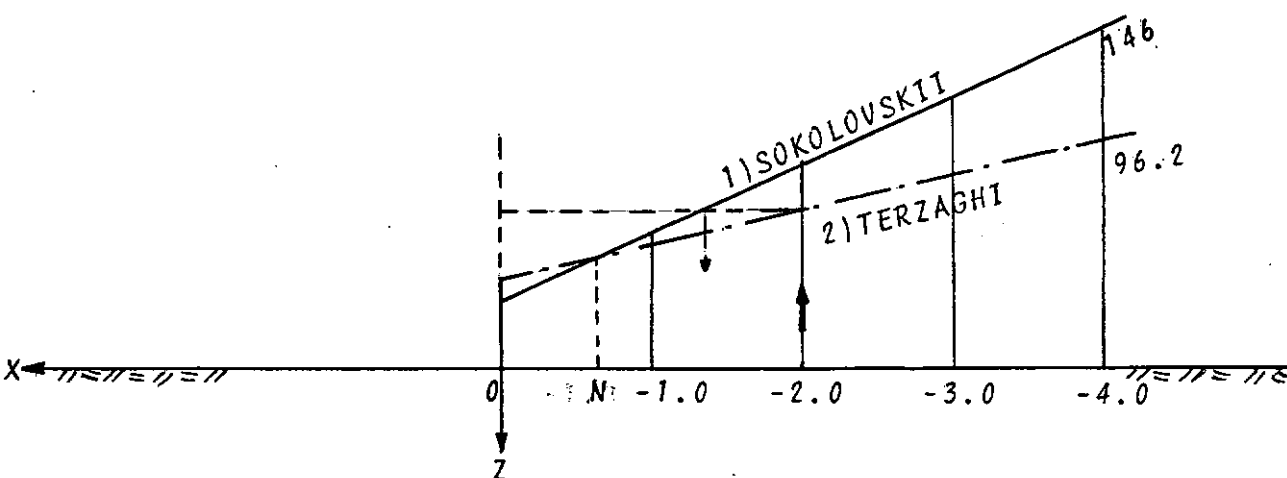


FIGURA 4.1.3

1) CAPACIDADE DE CARGA TEÓRICA: $q(x) = 31,8 - 28,93x$.

2) TEORIA DE TERZAGHI: $q_f = 37,2 - 14,75x$.

Da mesma forma, refazendo os cálculos e alterando, sômente, a variável que define o número de iterações para cada ponto e fazendo-o variar de 5 a 15 nós verificamos que os resultados não se alteram e que o carregamento é linear e de finido por $q(x=0) = 31,8 \text{ t/m}^2$ e $q(x=4,0) = 146,0 \text{ t/m}^2$.

Resolvendo êste problema pela teoria de Terzaghi obtemos:

$$q_f = 37,2 + 14,75.B \quad \text{ou} \quad q_f = 37,2 - 14,75 x \quad (4.4)$$

o que corresponde à reta traçada na Figura 4.1.3, e que, para $x = 0$, $q(0) = 37,2 \text{ t/m}^2$, e para $x = -4$, $q(-4) = 96,20 \text{ t/m}^2$.

Verificamos que os valores obtidos pela teoria de Sokolovskii são inferiores aquêles obtidos pela teoria de Terzaghi no intervalo $x < \overline{ON}$ (Figura 4.1.3). Êste fato nos permite concluir que ao longo dêste intervalo, os valores fornecidos pela teoria de Terzaghi geram um estado de tensão impossível nos solos. Mas, o que é mais importante, é o fato de que, pela teoria de Terzaghi, q_f é uniformemente distribuída sôbre a largura B ; assim sendo, o valor de q_f

para $B = 2,0m$, neste problema, seria $66,70 \text{ t/m}^2$, o que certamente provocaria uma ruptura localizada numa largura superior a $1,0m$; como podemos notar pela Figura 4.1.3.

29) Suponhamos que iremos projetar uma sapata contínua a uma profundidade $D_f = 0,50m$.

Para este solo os valores obtidos pela teoria de Sokolovskii e pela teoria de Terzaghi estão representados na Figura 4.1.4. A Figura 4.1.4a representa os valores da capacidade de carga desprezando-se o peso próprio do material ($\gamma=0$), e na Figura 4.1.4b considerando-se o peso próprio. Com respeito aos resultados poderíamos fazer a mesma consideração anteriormente apresentada.

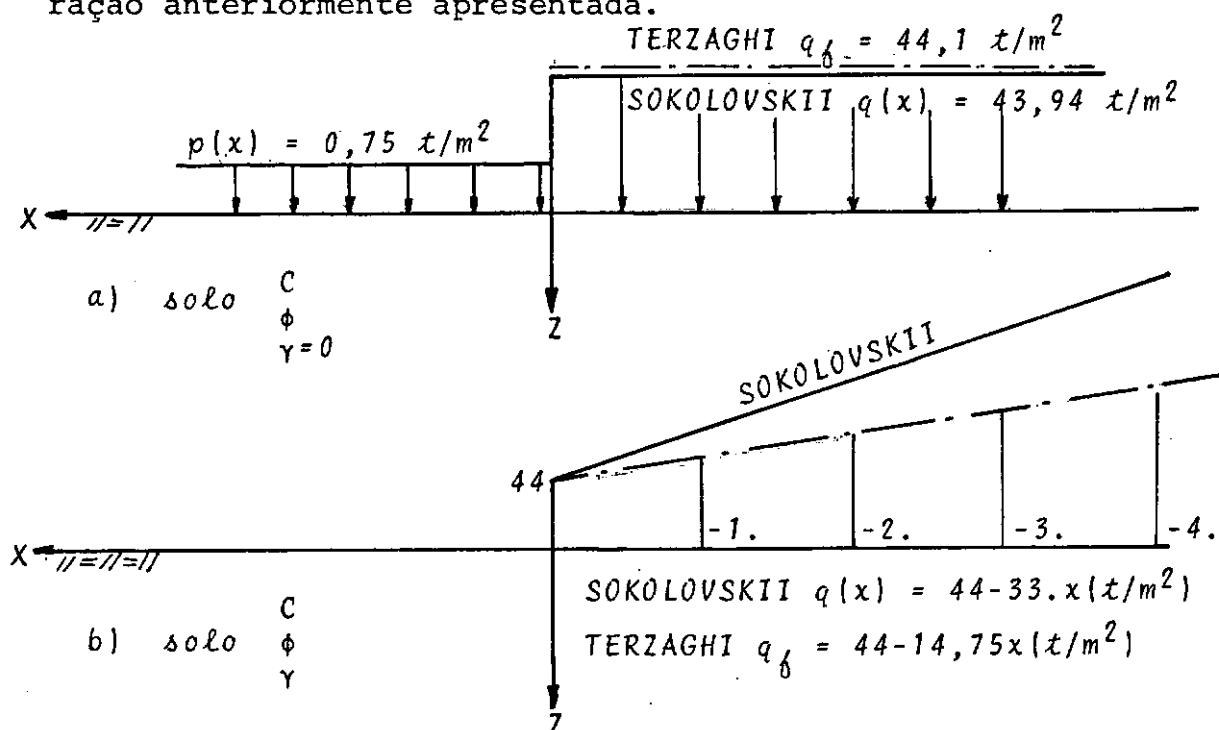


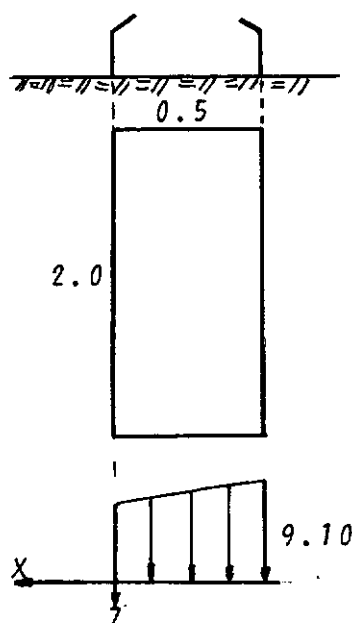
FIGURA 4.1.4

4.1.3 - Comparação Entre Valores Obtidos e Valores Experimentais.

Após termos feito a comparação entre os valores fornecidos pela teoria exposta e os valores calculados pela teoria de Terzaghi façamos a comparação entre os valores calculados pelas diversas teorias e os valores experimentais obtidos nos ensaios de campo executados por MUHS (1959 a 1961) e MILOVIC²⁰ (1963) em sapatas retangulares e quadradas.

Êstes testes estão representados a seguir, com os valores obtidos pelas diversas teorias, inclusive, os valores da capacidade de carga teórica, e os resultados experimentais acima referidos. Para efeito de comparação consideraremos que a capacidade de carga, dada pela teoria de Sokolovskii é o valor da ordenada da capacidade de carga teórica correspondente a menor largura da sapata.

TESTE I

NÚMERO
DO
TESTEVALOR
DE
 D_f (m)MÉTODO
DE
CÁLCULOVALOR
DA
CAPACIDADE DE
CARGA (Kg/cm^2)

I 0.

$$C = 0,65 \text{ t}/\text{m}^2$$

$$\phi = 37^\circ$$

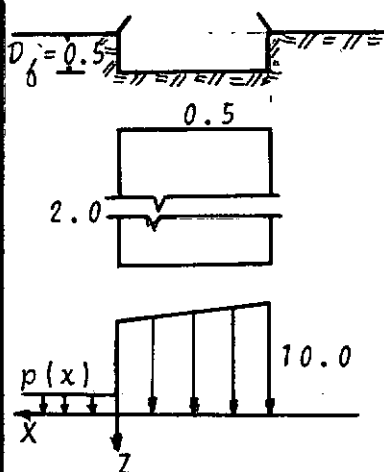
$$\gamma = 1,6 \text{ t}/\text{m}^3$$

$$p(x) = 0$$

TERZAGHI	7.62
MEYERHOF	6.68
CAQUOT e KÉRISEL	5.79
BRINCH HANSEN	6.23
BALLA	10.34
MUHS	10.80
SOKOLOVSKII	9.10

CAPAC. DE CARGA TEÓRICA

TESTE II



II 0.5

$$C = 0,40 \text{ t}/\text{m}^2$$

$$\phi = 35^\circ 30'$$

$$\gamma = 1,67 \text{ t}/\text{m}^3$$

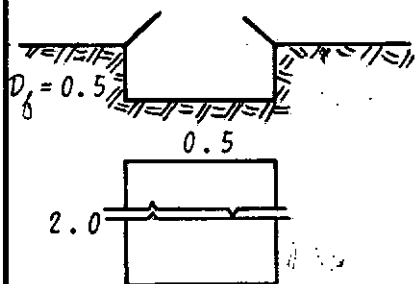
$$p(x) = \gamma D_f$$

TERZAGHI	7.80
MEYERHOF	16.84
CAQUOT e KÉRISEL	7.18
BRINCH HANSEN	8.80
BALLA	14.11
MUHS	12.0
SOKOLOVSKII	10.0

CAPAC. DE CARGA TEÓRICA

TESTE III

NÚMERO DO TESTE	VALOR DE D_f (m)	MÉTODO DE CÁLCULO	VALOR DA CAPACIDADE DE CARGA (Kg/cm^2)
-----------------------	--------------------------	-------------------------	---



III 0.5

$$C = 0,80 \text{ t/m}^2$$

$$\phi = 38^\circ 30'$$

$$\gamma = 1,4 \text{ t/m}^3$$

$$p(x) = \gamma D_f$$

TERZAGHI 15.23

MEYERHOF 34.86

CAQUOT e KÉRISEL 13.70

BRINCH HANSEN 17.53

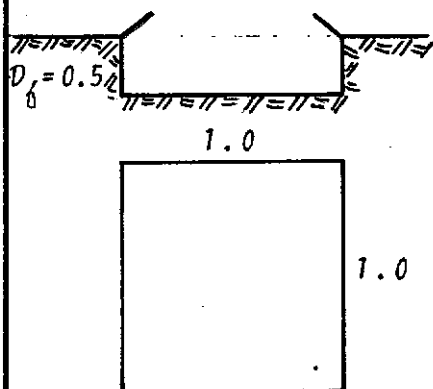
BALLA 25.18

MUHS 24.20

SOKOLOVSKII 16.00

CAPAC. DE CARGA TEÓRICA

TESTE IV



IV 0.5

$$C = 0,80 \text{ t/m}^2$$

$$\phi = 38^\circ 30'$$

$$\gamma = 1,4 \text{ t/m}^3$$

$$p(x) = \gamma D_f$$

TERZAGHI 18.55

MEYERHOF 46.96

CAQUOT e KÉRISEL 14.47

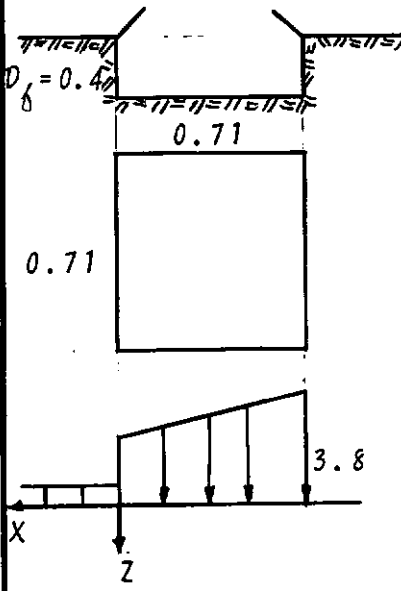
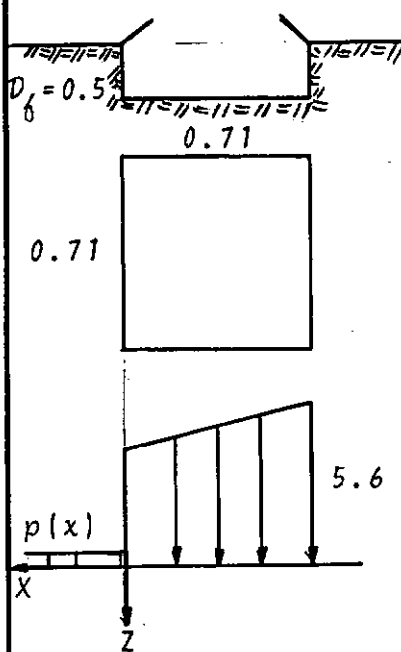
BRINCH HANSEN 22.52

BALLA 32.50

MUHS 33.0

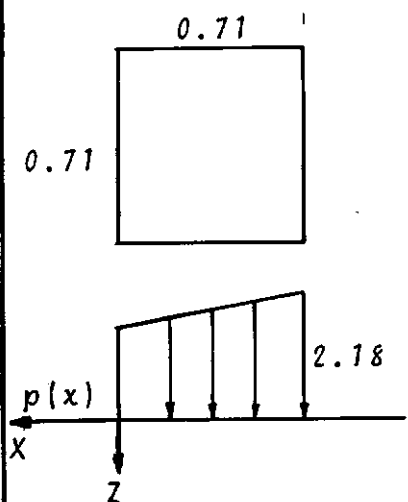
SOKOLOVSKII 22.20

CAPAC. DE CARGA TEÓRICA

TESTE V	NÚMERO DO TESTE	VALOR DE D_f (m)	MÉTODO DE CÁLCULO	VALOR DA CAPACIDADE DE CARGA (Kg/cm^2)
 <p> $D_f = 0.4$ 0.71 0.71 3.8 X Z $C = 1,3 \text{ t/m}^2$ $\phi = 22^\circ$ $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$ $p(x) = \gamma D_f$ </p>	V	0.4	TERZAGHI MEYERHOF CAQUOT e KÉRISEL BALLA BRINCH HANSEN MILOVIĆ SOKOLOVSKII	4.47 6.58 3.03 6.74 3.98 4.1 3.8
CAPAC. DE CARGA TEÓRICA				
TESTE IV				
 <p> $D_f = 0.5$ 0.71 0.71 5.6 $p(x)$ X Z $C = 1,0 \text{ t/m}^2$ $\phi = 25^\circ$ $\gamma = 1,8 \text{ t/m}^3$ $p(x) = \gamma D_f$ </p>	VI	0.5	TERZAGHI MEYERHOF CAQUOT e KÉRISEL BALLA BRINCH HANSEN MILOVIĆ SOKOLOVSKII	5.77 8.84 4.08 10.18 5.74 5.50 5.60
CAPAC. DE CARGA TEÓRICA				

TESTE VII

NÚMERO DO TESTE	VALOR DE D_f (m)	MÉTODO DE CÁLCULO	VALOR DA CAPACIDADE DE CARGA (Kg/cm^2)
-----------------------	--------------------------	-------------------------	---



VII 0.0

$$C = 1,0 \text{ t/m}^2$$

$$\phi = 20^\circ$$

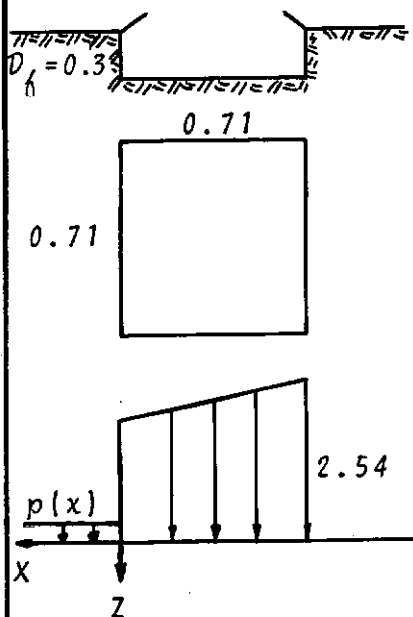
$$\gamma = 1,74 \text{ t/m}^3$$

$$p(x) = 0$$

TERZAGHI	2.51
MEYERHOF	2.51
CAQUOT e KÉRISEL	1.65
BALLA	2.93
BRINCH HANSEN	1.98
MILOVIĆ	2.20
SOKOLOVSKII	2.18

CAPAC. DE CARGA TEÓRICA

TESTE VIII



VIII 0.3

$$C = 1.0 \text{ t/m}^2$$

$$\phi = 20^\circ$$

$$\gamma = 1.74 \text{ t/m}^3$$

$$p(x) = \gamma D_f$$

TERZAGHI	2.90
MEYERHOF	4.10
CAQUOT e KÉRISEL	2.0
BALLA	4.40
BRINCH HANSEN	2.57
MILOVIĆ	2.70
SOKOLOVSKII	2.54

CAPAC. DE CARGA TEÓRICA

4.2 - ESTABILIDADE DE TALUDES

Em uma das conferências proferidas recentemente na COPPE, o Professor NORBERT MORGENSTERN salientou a aplicação da teoria de Sokolovskii aos problemas de estabilidade de taludes em solos e, inclusive, apresentou resultados comparativos entre esta teoria e as demais teorias existentes.

Nêste ítem não daremos um desenvolvimento completo dêste problema, o qual pretendemos juntamente com a resolução de outros problemas mais complexos apresentar em trabalhos futuros. Limitar-nos-emos a apresentar os resultados obtidos para um caso particular, os quais constam da Tabela 4.2.1 e Figura 4.2.2.

O carregamento representado na Figura 4.2.2 é o carregamento máximo em ton/m^2 que poderá ser colocado nêste talude sem provocar ruptura do mesmo.

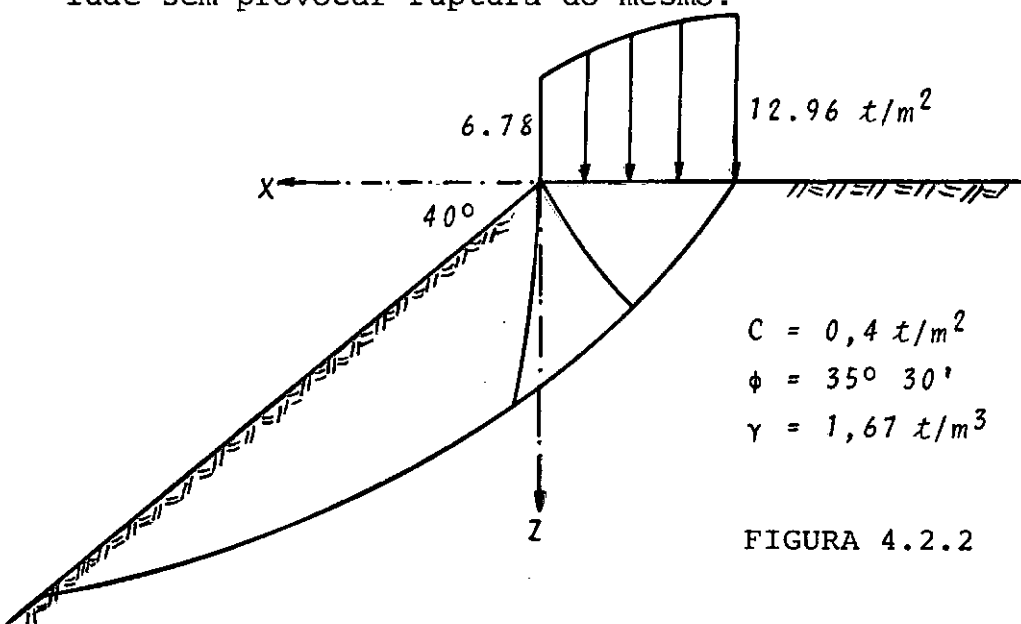


FIGURA 4.2.2

$I \backslash J$	1/21	2/22	3/23	4/24	5/25	6/26	7/27	8/28	9/29	10/30	11/31
$X(I,J)$	0.00	-0.21	-0.39	-0.54	-0.69	-0.81	-0.93	-1.03	-1.13	-1.21	-1.28
$SIGMAX(I,J)$	1.38	1.88	2.19	2.42	2.60	2.74	2.84	2.92	2.97	3.01	3.02
$SIGMAZ(I,J)$	6.78	8.64	9.83	10.70	11.37	11.88	12.27	12.56	12.77	12.90	12.96
$TALXZ(I,J)$	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

TABELA 4.2.1

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES GERAIS E LIMITAÇÕES

Lembramos aqui que a teoria de Sokolovskii desenvolvida para um estado de equilíbrio limite plano, considera que toda a massa de solo envolvida no processo de ruptura a presente tensões cisalhantes correspondentes ao valor máximo (ou resistência ao cisalhamento). Não se preocupa, portanto, com relações tensão-deformação.

A concordância da aplicação da teoria com a prática, seria, a priori, tanto mais válida quanto menores fôssem os recalques na ruptura.

Em razão da excelente aproximação entre os resultados obtidos pela teoria exposta e os resultados experimentais, podemos aceitar a aplicação desta teoria a problemas práticos de capacidade de carga de fundações rasas em solos, em que pese não corresponder o carregamento, nos testes experimentais, à condição de estado de equilíbrio limite plano adotado pela teoria.

Ressaltaremos aqui as limitações que se apresentam na aplicação do programa de computação desenvolvido.

- 1º) A solução, na forma em que foi desenvolvida, não se aplica a solos puramente coesivos, devido a formulação deduzida tornar-se imprópria a cálculos computacionais. Entretanto, poder-se-á, num desenvolvimento análogo ao que fizemos, atender a este caso particular.
- 2º) Para solos puramente granulares o carregamento dado deve ser diferente de zero ou seja, o carregamento equivalente não pode ser nulo.
- 3º) O carregamento dado não pode ser descontínuo. Esta consideração carece de desenvolvimento teórico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BARDEN, L. and KHAYATT, A.J. - "Incremental Strain Rate Ratios and Strength of Sand, Géotechnique, Vol. 16, Number 4, December 1966.
2. BISHOP, A.W. - "The Strength of Soils as Engineering Materials", 6th Rankine Lecture, Géotechnique, Vol. 16, Number 4, December 1966.
3. BOWLES, J.E. - "Foundation Analysis and Design", McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.
4. BRINCH HANSEN, J. - "A General Formula for Bearing Capacity", Danish Geotech.Inst.Bull. 11, Copenhagen, 1961.
5. CAQUOT, A. et KÉRISEL, J. - "Traité de Mécanique des Sols", Paris - Imprimerie Gauthier-Villars, 3a. Ed., 1956.
6. CORNFORTH, D.H. - "Plane Strain Failure Characteristics of a Saturated Sand", Ph.D. Thesis, London, 1961.
(Publicação referenciada por BISHOP²).

7. COURANT, R. and HILBERT - "Methods of Mathematical Physics - Partial Differential Equation", V2, Wiley Interscience, New York, 1962.
8. De BEER, E. - "Influence of the Mean Normal Stresses on the Shearing Strength of Sand", 6th I.C.S.M.F.E., Vol. 2, 1965.
9. DRUCKER, D.C.; GIBSON, R.E. and HENKEL, D.J. - "Soil Mechanics and Work-Hardening Theories of Plasticity", Jour. S.M. & F. Div., ASCE, Vol. 81, September 1955.
10. GEUZE, E.C.W.A. - "The Uniqueness of the Mohr-Coulomb Concept in the Shear Failure", ASTM, Number 361, 1961.
11. GRAHAM, J. - "Plane Plastic Failure in Cohesionless Soils", Géotechnique, Vol. 18, 1968.
12. GREEN, G.E. and BISHOP, A.W. - "A Note on the Drained Strength of Sand Under Generalized Strain Conditions", (Publicação referenciada por SCOTT e KO^{23}).
13. HARR, M.E. - "Foundation of Theoretical Soil Mechanics", McGraw-Hill Book Company, New York, 1966.

14. HAYTHORNTHWAITE, R.M. - "Stress and Strain in Soils",
Proc. 2th Symposium on Naval Structural Mechanics,
Pergamon Press, 1960.
15. KIRKPATRICK, W.M. - "The Condition of Failure for Sands",
Proc. 4th ICSMFE, London, 1957.
16. KRAVTCHENKO, M. - "Mecanique des Sols", Université de
Grenoble, 1969.
17. LEE, I.K. - "Soil Mechanics - Selected Topics",
Butterworth & Co. Ltd., London, 1968.
18. LOMIZE, G.M. and KRYZHANOVSKY, A.L. - "On the Strength
of Sands", Proc. Geotech. Conf., Oslo, June, 1967.
(Publicação referenciada por SCOTT and KO^{2 3}).
19. MENDELSON, A. - "Plasticity: Theory and Application",
The MacMillan Company, New York, 1968.
20. MILOVIĆ, D.M. - "Comparison Between the Calculated and
Experimental Values of the Ultimate Bearing Capacity",
6th ICSMFE, Vol. 3, 1965.
21. PACITTI, T. - "FORTRAN-MONITOR, Princípios", Ao Livro
Técnico S.A., Rio de Janeiro, 1967.

22. SCHOFIELD, A. and WROTH, P. - "Critical State Soil Mechanics", McGraw-Hill Book Company, London, 1968.
23. SCOTT, R. and KO HON-YIM - "Stress-Deformation and Strength Characteristics", State of the Art Volume Seventh International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, México, 1969.
24. SCOTT, R.F. - "Principles of Soil Mechanics", Addison-Wesley, Reading, Mass., 1963.
25. SHIBATA, T. and KARUBE, D. - "Influence of the Variation of the Intermediate Principal Stress on the Mechanical Properties of Normally Consolidated Clays", 6th ICSMFE, Vol. 2, 1965.
26. SHIELD, R.T. - "On Coulomb's Law of Failure in Soils", Journ. of the Mechanics and Physics of Solids, Vol. 4, 1955.
27. SOKOLOVSKII, V.V. - "Statics of Soil Media", Butterworths Scientific Publications, London, 1960.
28. SOKOLOVSKII, V.V. - "Statics of Granular Media", Pergamon Press, Oxford, 1965.

29. SUKLJE, L. - "Rheological Aspects of Soil Mechanics",
Wiley - Interscience, London, 1969.
30. TERZAGHI, K. - "Theoretical Soil Mechanics", John Wiley
and Sons Inc., New York, 1965.
31. VARGAS, M. - "Mecânica dos Solos", DLU do Grêmio Poli
técnico, São Paulo, 1968.
32. VELLOSO, D.A. - "Introdução à Teoria da Plasticidade",
Rio de Janeiro, 1967.
33. VESIĆ, A.S. and CLOUGH, G.W. - "Behavior of Granular
Materials Under High Stresses", Jour. S.M. & F. Div.,
ASCE, Vol. 94, SM3, 1968.
34. YONG, R.N., and MCKYES, E. - "Yielding of Clay in a
Complex Stress Field", Proc. of 3rd Panamerican Conf.
on Soil Mech. and Foundation Engineering, Caracas,
Vol. 1, July 1967.
35. WU, T.H. - "Soil Mechanics", Allyn and Bacon Inc.,
Boston, 1967.